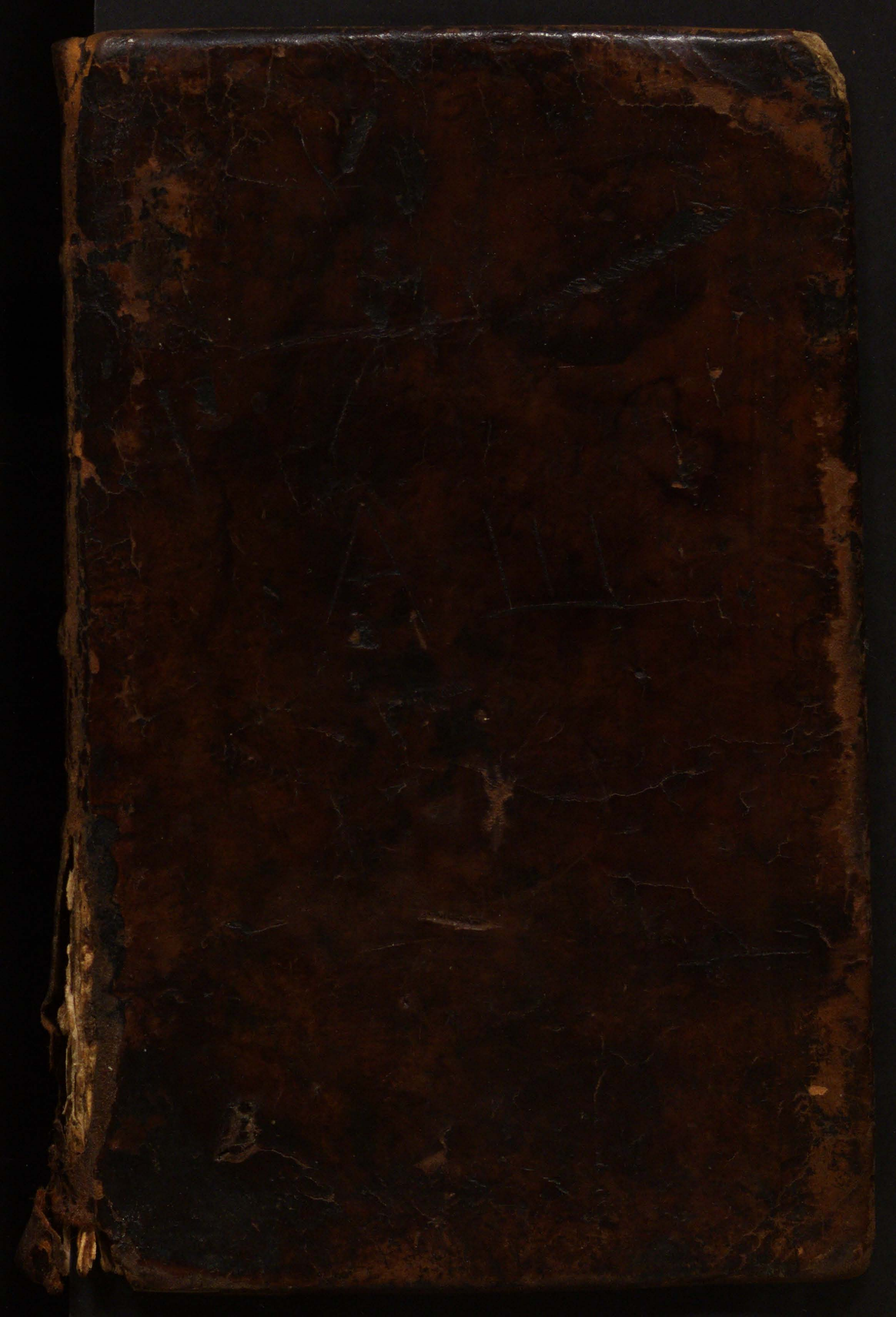
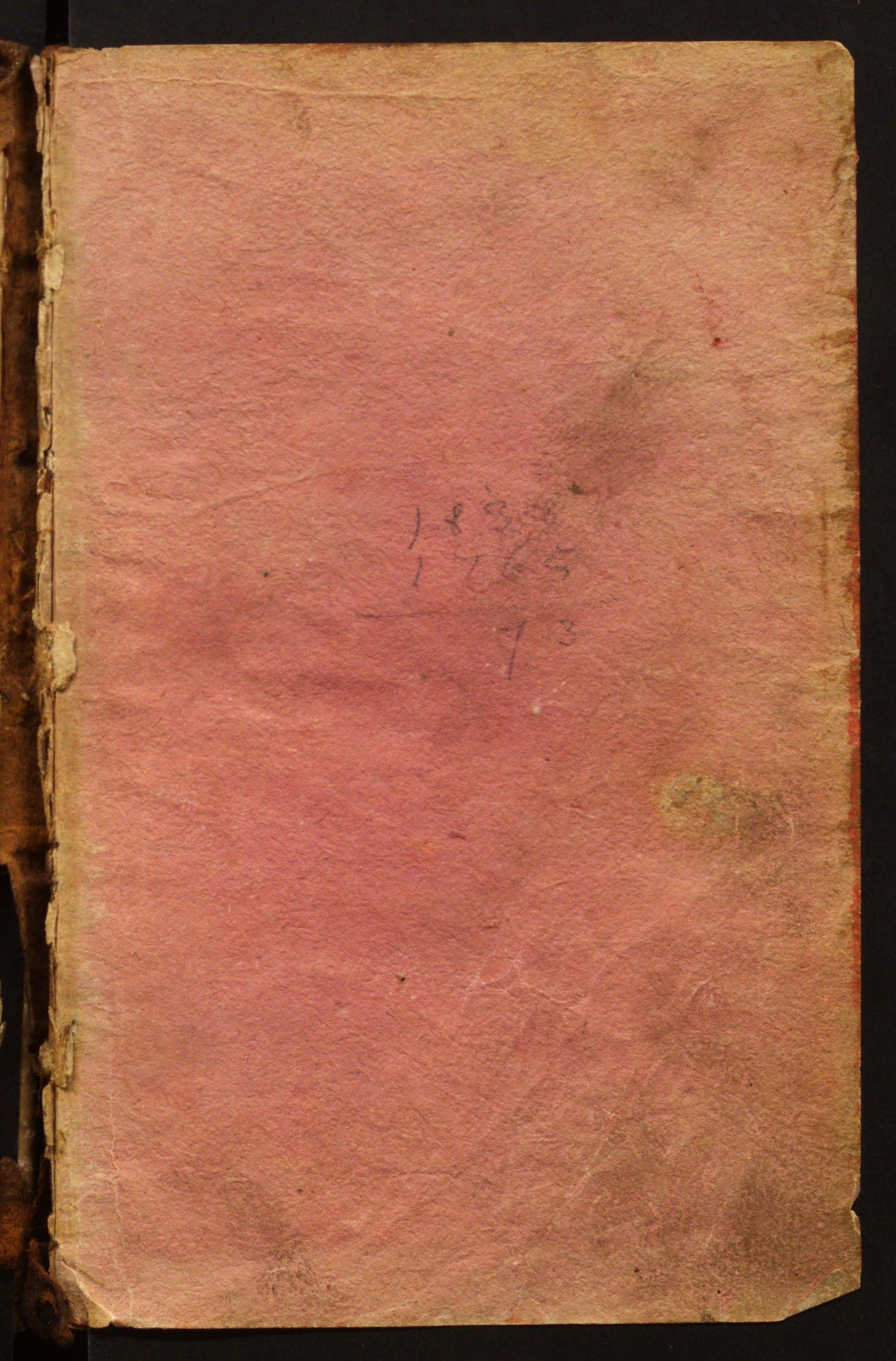



1838
1765
73

У-8°
65В

MK

70

1835
1765
70

3-6 9КВ

Юг. Фридерика

Вейдлера

Ариѳметика

Теоретическая

и

Практическая,

Переведенная

съ

латинскаго языка

магистромъ

Дмитрїемъ Аничковымъ.



XX-8116

Печатана при Императорскомъ Московскомъ Университетѣ 1765. году.

W 79/180

Изъ книгъ Дмитрiя

Кроткова

* * * * * * * * * * * *

НАСТАВЛЕНІЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХЪ ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЯ,

или

ОПИСАНІЕ ВООБЩЕ

о

МАТЕМАТИКѢ

и

ЕЯ ЧАСТЯХЪ,

и о способѣ

Математическомъ.

---

§. 1.

Количимъ (Quantum) называется всякая вещь, которая увеличена и уменьшена быть можетъ.

§. 2.

Содержанїе (Ratio) есть взаимное отношенїе между собою количихъ одинакаго роду, въ разсужденїи количества.

§. 3.

Количество (Quantitas) есть опредѣленное содержанїе количихъ одинакаго роду. На пр. когда число сравнивается съ единицею, и опредѣляется, сколько оное сїю въ себѣ содержитъ: то чрезъ сїе количество числа̀ познается. Или, когда прямая линѣя извѣстной длины принимается за единицу, и сравнивается съ другою бо̀льшею прямою жъ линѣею. Ибо количество большей линѣи

опредѣляется тѣмъ, когда извѣстно будетъ, сколько разъ большая линѣя содержитъ въ себѣ меньшую.

§. 4.

И такое изслѣдованïе содержанïя вещей коликихъ, *измѣренïемъ* (Mensio), а само меньшое коликое, которое сравнивается съ большимъ, *мѣрою* (Mensura) того называется.

§. 5.

Науки, кои показываютъ сравненïе и измѣренïе вещей коликихъ, вообще называются *настапленïя Математическïя* (Μαθήσεως и μαθημάτων). Или *Математика* (Mathesis) *есть наука о количествѣ*; и кажется, что сïе общее имя науки, какъ для древности, такъ и для точнаго доказательства всякой истинны, дано тѣмъ наукамъ, и соблюдено было отъ потомковъ.

§. 6.

А какимъ образомъ раздѣлять Математическïя науки, въ разсужденïи самой вещи, которая въ нихъ преподается, о томъ показываетъ разсужденïе. Ибо два только суть рода коликихъ. Нѣкоторыя изъ нихъ состоятъ изъ частей между собою не соединенныхъ, или раздѣльныхъ; а другïя изъ частей соединенныхъ. Въ разсужденïи первыхъ, *количество раздѣльное* (Quantitas discreta), или *число* (Numerus) и *множество* (Multitudo); а въ разсужденïи послѣднихъ, *количество непрерывное* (Quantitas continua),

или

или *протяженїе* (Extensio) и *величина* (Magnitudo) называется.

§. 7.

О количествѣ раздѣльномъ, или числѣ, (1) *Ариѳметика* (Arithmetica); о количествѣ жъ непрерывномъ, или протяженїи, (2) *Геометрїя* (Geometria) толкуетъ. Изъ сихъ двухъ частей состоитъ *Математика чистая* (Mathesis pura), въ которой преподаются собранныя изъ подобїй вещей, и отъ матерїи отдѣленныя всеобщїя понятїя коликихъ.

§. 8.

И такъ къ Математикѣ чистой принадлежитъ также (3) *Ариѳметика всеобщая* (Arithmetica vniuersalis), или *Аналитика* (Analysis); поколику въ ней показывается способъ находить коликїя, помощїю сравненїя и общаго исчисленїя. Сїю на концѣ положить за благо разсуждено для того, дабы разумъ нашъ, будучи напередъ нѣсколько въ силу приведенъ, и укрѣпленъ знанїемъ Математическихъ истиннъ, могъ и скорѣе понимать способы ея, и употреблять оныя въ свою пользу съ лучшимъ успѣхомъ.

§. 9.

Но какъ Математика, во первыхъ способствуетъ для украшенїя и изъясненїя естественной науки, потому что количество есть страсть тѣламъ общая и нужная; того для давно ужè она на сей конецъ какъ отъ Египтянъ, такъ и отъ Грековъ почитаема

 была.

была. И такъ оттуда получила свое начало *Математика смѣшенная* (Mathesis applicata, sive mixta), которая нѣкоторыя главы Физики, помощїю чистой Математики, въ видъ науки обращенныя, въ себѣ содержитъ. Такимъ образомъ Геометрїя, употребленная въ помощь для измѣренїя линѣй, или лучей свѣта, произвела (4) *Оптику* (Opticam), которая, по причинѣ трoякаго различїя свѣта, составляетъ также три части, то есть, *Оптику* (Opticam), собственно такъ названную, о прямыхъ лучахъ свѣта; *Катоптрику* (Catoptricam), объ отвращенныхъ, и *Дїоптрику* (Dioptricam) о преломленныхъ лучахъ. Также Оптика, будучи соединена съ началами Ариѳметики, Геометрїи и особенными опытами, полагаетъ основанїя (5) *Астрономїи* (Astronomiae), или наукѣ о движенїи, величинѣ и разстоянїи звѣздъ, и о взаимныхъ ихъ положенїяхъ. Изъ Астрономїи жъ выводятся главнѣйшїя начала, нужныя для измѣренїя земли, то есть, для сочиненїя (6) *Географїи* (Geographiam), и другїя истинны, кои служатъ для измѣренїя и раздѣленїя времени; откуда (7) *Хронологїя* (Chronologia) и (8) *Гномоника* (Gnomonica) получили свое начало. Равнымъ образомъ чрезъ Ариѳметику и Геометрїю, наука о движенїи и тяжести тѣлъ исправляется, и получаетъ приращенїе; по чему Математика смѣшенная содержитъ въ себѣ также и (9) *Механику* (Mechanicam), или общую науку о движенїи тяжелыхъ тѣлъ; также (10) *Гидростатику* (Hydrostaticam), или спецїальную науку о сысканїи вѣсу, какъ

жид-

жидкихъ, такъ и твердыхъ тѣлъ, которыя поверьхъ жидкаго тѣла или плаваютъ, или въ ономъ утопаютъ, и (11) *Аерометрїю* (Aërometriam), или *Аеростатику* (Aërostaticam), о измѣренїи жидкаго воздушнаго тѣла, и (12) *Гидраплику* (Hydraulicam), которая принадлежитъ особливо до движенїя и возвышенїя жидкихъ тѣлъ. Наконецъ, ежели къ доводамъ чистой Математики присовокуплены будутъ другїя, кои или Механика, или опытъ въ томъ родѣ производитъ, составляются изъ того Архитекторскїя науки, то есть, (13) *Архитектура Гражданская* (Architectura ciuilis), и (14) *военная* (Militaris), изъ коихъ одна показываетъ, какъ украшать городъ строенїями; а другая, какъ защищать и укрѣплять оной противъ непрїятельскаго нападенїя.

§. 10.

И такъ изъ показанныхъ четырнатцати частей состоитъ цѣлая Математика, какъ *чистая*, такъ и *смѣшенная*. Ибо *Тригонометрїя плоская* и *сферическая*. (Trigonometria plana, & ſphaerica) составляютъ особливыя главы въ Геометрїи о исправномъ рѣшенїи плоскихъ и сферическихъ треугольниковъ, такъ что знавъ три части треугольника, можно будетъ сыскать и прочїя. *Музыка жъ* (Muſica) опускается по той причинѣ, что она еще въ древнїя времена отъ послѣдователей Пиѳагоровой Философїи причислена была къ Математическимъ наукамъ. См. коммент. Прокл. къ Эвклид. стран 11. издан.

на Греч. язык. въ Василевѣ 1. Герваг. Ибо она немногiя токмо начала заимствуетъ изъ Ариѳметической науки о пропорцiяхъ, но болѣе въ томъ способствуетъ разумъ и острота мастера, которой умѣетъ многими разными образами перемѣшивать прiятные звуки.

§. 11.

Исторiя о Математикѣ кратко предложена быть не можетъ. Чего для объ оной при началѣ каждой части весьма пристойно и упоминается. Прочее жъ въ самомъ преподаванiи вездѣ дополняется похвальными изобрѣтенiями Математиковъ. Однако здѣсь надлежитъ упомянуть о томъ, что мы ни чего извѣстнаго не имѣемъ объ Авторахъ и первыхъ изобрѣтателяхъ Математики. Греческiе писатели свидѣтельствуютъ, что Египтяне и Халдеи еще въ древнiя времена знанiемъ сихъ наукъ славны были, и сказываютъ, что они изобрѣли Геометрiю, когда межи полей, отъ ежегоднаго наводненiя рѣкй Нила, въ непорядокъ приведенныя, возобновлять старались. См. Геродот. книг. 2. стран. 68. Стеф. Прокл. кн. 100. стран. 19. Но сiи, то есть, Халдеи учились сперьва смотрѣть на звѣзды, и изобрѣтенiемъ Астрономiи похвалу себѣ заслужили. См. Дiодор. Сицил. *Библiот. истор.* кн. 2. гл. 3. Отъ Египтянъ же, *Ѳалесъ* и *Пиѳагоръ*, въ началѣ шестаго вѣка, прежде Эры Христiанской, перенесли Математическiя науки въ Грецiю, которыя привели Греки въ лучшей порядокъ, и умноживъ оныя, письменно предали потомкамъ.

камъ. Въ чемъ сверьхъ прочихъ Александрійскіе Математики, и ихъ ученики, *Эвклидъ*, *Аполлоній*, *Архимедъ*, *Гиппархъ*, *Ѳеодосій*, *Птоломей*, *Діофантъ*, *Ѳеонъ*, *Евтоцій*, *Паппъ*, и другіе похвалу себѣ заслуживаютъ. Въ Александрійской школѣ сіи науки послѣ Рождества Христова нѣсколько еще вѣковъ процвѣтали, пока отъ нападенія Арапов любители тѣхъ наукъ не разбѣжались по разнымъ мѣстамъ. Между тѣмъ и сами Арапы любили Математическія науки, и по тому славнѣйшія Грековъ сочиненія перевели они на свой языкъ, и распространили оныя до Европейцовъ, прежде нежели симъ извѣстны были Греческія сочиненія. Но наконецъ Европейцами, послѣ того, какъ у нихъ возстановлены были науки, вся Математика, по разсмотреніи природныхъ сей наукѣ источниковъ, чуднымъ образомъ исправлена была, и множайшими дополненіями умножена такъ, что нынѣ совсѣмъ новой видъ имѣетъ. Впрочемъ исторію о древней Математикѣ обстоятельнѣе можно знать изъ книги Діогена Лаерція о *жизни Философовъ*, а особливо изъ Ѳалеса и Пиѳагора, также изъ вышепомянутыхъ Прокла Діадоха коммент. на первую книгу Эвклидову. Между новѣйшими жъ объ оной вообще знать даютъ, Петръ Рамъ *школъ Математ.* кн. 1. Іос. бланканъ въ *Хронологіи Математиковъ*. Г. І. Воссій въ тракт. о *свойствѣ и учрежденіи Математики*, и К. Ф. Миллієтъ Дешале въ тракт. *объ успѣхѣ Математики и о славныхъ Математикахъ*. том. I. Матем. курс.

§. 12.

Порядокъ, которой имѣютъ и наблюдаютъ учители Математики, какъ въ доказательствѣ истиннъ, такъ и въ сочиненіи наукъ, называется *Математическимъ способомъ* (Methodus Mathematica). Вся сила сего порядка состоитъ въ томъ, чтобъ дѣлать начало отъ первыхъ и самыхъ легчайшихъ понятій о вещахъ коликихъ, и оттуда выводить первыя истинны; а изъ сравненія и соединенія сихъ между собою, находить новыя втораго роду предложенія, и каждую въ самомъ преподаваніи располагать такъ, чтобъ начала послѣдующихъ предложеній содержались въ предъидущихъ. О которомъ способѣ разсуждая Цицеронъ, въ кн. 5. гл. 28. о *концѣ добра и зла*, говоритъ: *въ Геометріи, естьли допустишь первое: то уже все допускать должно.*

§. 13.

Чтобъ соотвѣтствовать законамъ сего правила: то надлежитъ, какъ сказано, производить начало отъ первыхъ о вещахъ понятій, въ разсужденіе принимаемыхъ, и о томъ прилѣжно стараться, дабы оныя надлежащимъ образомъ изображаемы были, и никакому сомнительству и темнотѣ не подлежали: и какъ различія понятій во первыхъ обстоятелно изъяснилъ Лейбницій Act. erud. 1684. год. стран. 537; того ради объ оныхъ нѣчто здѣсь объявить можно. *Понятіе* (notio) есть представленіе, или воображеніе вещи въ умѣ. То понятіе называется *яснымъ* (clara), кото-

которое довольно къ разспознанїю какой вещи, и къ различенїю оной отъ другихъ; *темнымъ же* (obscura), которое не довольно къ разспознанїю какой вещи. Но ясность понятїя увеличивается тѣмъ, естьли понятїе сверьхъ того будетъ *подробное* (distincta), то есть, когда имѣемъ мы ясныя понятїя о тѣхъ примѣтахъ, кои, во время какого воображенїя, намъ представляются; сему противополагается понятїе *збивчивое* (confusa), въ которомъ не достаетъ ясныхъ понятїй о тѣхъ примѣтахъ. На послѣдокъ ясность понятїя бываетъ совершенная, естьли оно сверьхъ того будетъ *полное* (adaequata), то есть такое, въ которомъ будутъ находиться ясныя и при томъ подробныя понятїя о примѣтахъ соединяющихся, для воображенїя онаго; но когда ихъ не достаетъ, тогда, хотя понятїе ясное и подробное бываетъ, токмо *не полное* (inadaequata) отъ Лейбницїя называется.

§. 14.

Изъясненїе о понятїяхъ въ Математикѣ содержатъ *опредѣленїя* (Definitiones), которыя во всякой наукѣ занимаютъ первое мѣсто. Какая жъ какого Математическаго опредѣленїя сила должна быть, о томъ изъ вышесказаннаго ясно знать можно. То есть, стараться надлежитъ, чтобъ о всякой вещи, которая принимается въ разсужденїе, совершенныя, ясныя, подробныя, и сколько можно, полныя понятїя дѣланы были. Опредѣленїя суть двоякаго рода: одно *опредѣленїе имени* (Definitio nominalis), въ которомъ

исчи-

исчисляются знаки, довольные для различія одной вещи отъ другихъ; другое *опредѣленіе вещи* (Definitio realis), въ которомъ показывается начало вещи, отъ котораго свойство ея зависитъ. Обоего рода опредѣленія составляются, рассуждая прилѣжно какъ общія, такъ и собственныя страсти вещей; понеже изъ оныхъ выводится понятіе о родѣ, а изъ сихъ о видѣ, или различіи специальномъ. Но какъ видъ яснѣе разумѣть можно, естьли способъ, чрезъ которой вещь получила бытіе, будетъ извѣстенъ; того ради надлежитъ имѣть стараніе о томъ, чтобъ до тѣхъ поръ, ежели можно, и употреблять свои силы. Что въ Математическихъ доводахъ лучше, нежели въ другомъ мѣстѣ обыкновенно удается. Гдѣ жъ происхожденія вещи со всѣмъ узнать не можно: то въ такомъ случаѣ довольно только имѣть свойства ея извѣстныя, и опредѣленіе, которое изъясняетъ оныя свойства и существенныя качества, между тѣмъ почитается за опредѣленіе вещи. См. Барров. Матем. Лекц. 7. стран. 309.

§. 15.

За опредѣленіями слѣдуютъ *аксіомы* (Axiomata), то есть, первыя истинны, которыя тотчасъ происходятъ изъ опредѣленій, и не требуютъ особливаго доказательства.

§. 16.

Къ симъ аксіомамъ древніе обыкновенно присовокупляли, или напереди ихъ полагали

ли *требованія* (Postulata), чрезъ которыя отъ читателей требовали того, дабы они понятія, о коликихъ въ умѣ представленныя или отвлеченныя, по приличности чрезъ нѣкоторое подобіе, глазами видимое, изображали. И сіе дѣлали для того, чтобъ не совершенства знаковъ, или изображеній не были отъ нихъ приписываемы отвлеченнымъ понятіямъ, и тѣмъ бы самымъ не портили они доказательства. Какъ на пр. Эвклидъ въ началѣ Элементовъ требуетъ, чтобъ можно было провести, или продолжить линѣю. Но понеже доказательство не къ порочнымъ линѣямъ, которыя проводятся грифелемъ, но къ отвлеченнымъ и въ умѣ представленнымъ, и порока не имѣющимъ относится, и черченіе, или изображеніе линѣй, или числа̀ дѣлается для одной токмо способности воображенія, и для вспоможенія внятнѣйшаго размышленія, которое вспоможеніе познанія справедливой читатель нимало не будетъ охуждать; того ради слѣдуетъ, что требованія, безъ урону Математическаго доказательства, опущены быть могутъ. Проклъ въ книгѣ 100. въ гл. 22. объявляетъ, что требованія прежде сего также назывались *положенія* (hypotheses).

§. 17.

Послѣ опредѣленій и аксіомъ слѣдуютъ *теоремы* (Theoremata), или истинны втораго роду, помощію которыхъ дѣлается сравненіе множайшихъ опредѣленій и аксіомъ.

§. 18.

§. 18.

Но какъ познанїе Математическихъ истиннъ должно быть полезное; того ради оныя потомъ относятся къ рѣшенїю нѣкоторыхъ практикъ, и такїя предложенїя, которыя учатъ сношенїю истиннъ съ рѣшенїемъ какого дѣла, называются *задачи* (problemata).

§. 19.

Изъ Теоремъ иногда познаются *прибавленїя* (Consectaria), или спознанныя истинны, которыя не утверждаются особливымъ доказательствомъ, но ясно изъ доказанныхъ ужѐ происходятъ. Такїя прибавленїя могутъ присовокупляемы быть и къ задачамъ, когда изъ предложенной практики другая при томъ явствуетъ. Присовокупляются же и къ опредѣленїямъ, и тогда уподобляются аксїомамъ.

§. 20.

Напослѣдокъ между предложенїями, о которыхъ до сихъ мѣстъ говорено, вездѣ находятся *примѣчанїя* (scholia), въ которыхъ преподаются нѣкоторыя примѣчанїя, служащїя для довольнѣйшаго изъясненїя сказанныхъ.

§. 21.

Сказано ужѐ, что истинны втораго роду требуютъ доказательства. А сїе состоитъ въ разсужденїи, или въ Силлогизмѣ, помощїю котораго, сравнивъ между собою понятїя и истинны, какъ первыя, такъ и вторыя, прежде ужѐ изъясненныя, и нуж-

ныя

ныя для уразумѣнія предложенія, доказывается то, что предложенная теорема справедлива, или нѣкоторая практика здѣлана надлежащимъ образомъ. Однако за ненужное почитается, чтобъ доказательства задачъ всегда въ особливости предлагаемы были. Ибо когда тѣхъ истиннъ, на которыхъ утверждается справедливость дѣйствія, связь извѣстна, то довольно, естьли объ оныхъ или въ самомъ *рѣшеніи* (resolutione) (ибо такимъ образомъ называется исчисленіе правилъ, для составленія какого дѣла и рѣшенія практики служащихъ), кратко упомянуто будетъ, или для сокращенія, одни только числа тѣхъ параграфовъ, въ которыхъ содержатся основанія такой практики, приписаны будутъ. См. Вейгел. Тр. о *доказательствѣ Аристотелическо-Эвклидовомъ раздѣл.* 3.

§. 22.

На концѣ теоремъ древніе обыкновенно прилагали слѣдующую формулу: *что надлежало доказать* (quod erat demonſtrandum); а послѣ задачъ полагали такое заключеніе: *что надлежало здѣлать* (quod erat faciendum). То есть, чтобъ предложенія теоретическія и практическія различены были между собою нѣкоторымъ знакомъ; естьли жъ въ самомъ началѣ тотчасъ упомянуто будетъ объ имени теоремы или задачи: то по справедливости выпускаются оныя заключительныя формулы.

§. 23.

Кромѣ сихъ названій, которые при толкованіи Математическихъ доводовъ употре-

требляются, иногда случается имя *Леммы* (Lemmatis), которая означаетъ вспомогательное доказываемое предложенїе, для одного или множайшихъ слѣдующихъ предложенїй принимаемое. Изъ чего явствуетъ, что въ разсужденїи всей взятой какой науки, многїя предъидущїя истинны будутъ Леммы послѣдующихъ; однако между тѣмъ названїе Леммы не безприлично приписывается тому предложенїю, которое не принадлежитъ къ настоящему мѣсту, но выводится изъ другаго, и употребляется для уразумѣнїя нѣкоторыхъ теоремъ или задачъ. О употребленїи Леммъ древнихъ Математиковъ упоминаетъ Проклъ на стран. 58.

§. 24.

Все, что еще ни было говорено о способѣ Математиковъ, во первыхъ служитъ въ чистой Математикѣ, доказательство котораго хотя и изъявляетъ такую ясность, что при употребленїи онаго могутъ наблюдаемы быть законы обстоятельнѣйшаго и совершеннѣйшаго порядка; однако въ смѣшенной Математикѣ не рѣдко и не ничего надлежитъ опускать изъ оной строгости доказательствъ, когда происходящая изъ самыхъ вещей неясность опровергаетъ опредѣленїя и ясныя аксїомы. Чего ради, хотя и будемъ стараться о томъ, чтобъ въ оной употреблять тоже порядокъ, которой употребляемъ и въ чистой Математикѣ; однако иногда другїя предложенїя сверьхъ помянутыхъ, то есть, положенїя и примѣчанїя надлежитъ присовокуплять къ первымъ.

§. 25.

§. 25.

Но положенія суть на подобіе требованій, которыя въ сомнительной вещи выводятся изъ достовѣрныхъ признаковъ, и до тѣхъ поръ почитаются за справедливыя, пока объ оной лучшаго и извѣстнѣйшаго свѣденія не будетъ получено. Какъ на пр. въ Астрономіи принимаемъ такой видъ небеснаго положенія, какой лучше приличествовать находимъ чрезъ опыты. Положенія обыкновенно называются также произвольныя положенія, чрезъ которыя опредѣляются, или раздѣляются неизвѣстныя мѣры особенныхъ количествъ, какъ на пр. въ Ариѳметикѣ сумма десяти единицъ принимается за начальное основаніе большихъ количествъ, или, когда знакамъ чиселъ дается знаменованіе по мѣсту такъ, что одно тоже число иногда значитъ десятки, иногда сотни, тысячи и другія большія суммы. Или, когда въ Геометріи извѣстная величина фута, сажени и проч. принимается, и раздѣляется на меньшія части.

§. 26.

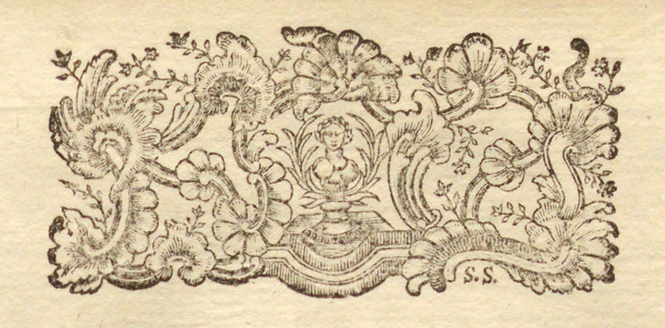
Примѣчанія (obſeruationes) въ смѣшенной математикѣ не что иное суть, какъ *явленія* (phoenomena), или дѣйствія вещей натуральныхъ, дознанныя опытами, изъ которыхъ выводятся нѣкоторыя прибавленія о свойствѣ и видѣ самой той вещи. Чего ради такія предложенія, понеже утверждаются на чувствахъ, въ наставленіяхъ смѣшенной математики, гдѣ, смотря по дѣйствіямъ, надлежитъ разсуждать о причинахъ,

почитаются вмѣсто Аксiомъ, и получаютъ большую ясность отъ неусыпнаго старанiя и примѣчанiя обстоятельствъ. Но пространнѣйшее изъясненiе математическаго способа учинилъ Сл. Вольфъ въ особливомъ своемъ разсужденiи, которое, при началѣ начальныхъ основанiй всеобщей Математики, изданныхъ на Латинскомъ языкѣ, читать можно.

О пользѣ Математики справедливо и важно разсуждаетъ Меланѳонъ къ Альфрагану. *Коль, говоритъ, справедливѣе, какъ со всякимъ раченiемъ склонять и поощрять добрые разумы къ Математическимъ наукамъ, коихъ познанiе и само чрезъ себя свободное, и приноситъ многiя пользы въ жизни сей, и дѣлаетъ умы привычными къ снискиванiю доказательствъ, и къ любленiю истинны, которая добродѣтель во первыхъ по достоинству приличествуетъ ученому человѣку, которой упражняется въ наукахъ и разсматриванiи важнѣйшихъ вещей.*



АРИѲ-



АРИѲМЕТИКА

ГЛАВА ПЕРВАЯ

СОДЕРЖИТЪ ОБЩІЯ ОПРЕДѢЛЕНІЯ И АКСІОМЫ, КОТОРЫЯ ВЫВОДЯТСЯ ОТТУДА.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Единица (Unitas) есть, въ разсужденіи которой, все то, что есть, называется *однимъ*. Или, единица означаетъ всякую вещь, которая какъ бы одна и нераздѣльна принимается въ разсужденіе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2. *Число* (Numerus) есть множество изъ единицъ составленное.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 3. *Ариѳметика* (Arithmetica) есть наука о сравненіи чиселъ, и оттуда происходящихъ разныхъ ихъ свойствъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 4. Ариѳметика раздѣляется на *теоретическую* (Theoreticam) и *практическую* (Practicam); теоретическая показываетъ свойства чиселъ сравненныхъ, а практическая употребленіе оныхъ при рѣшеніи разныхъ задачь; или, практическая Ариѳметика есть способъ, показывающей исправное и сокращенное употребленіе чиселъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 5. Обѣ вмѣстѣ толкуются въ сихъ наставленіяхъ какъ для того, понеже удобнѣе дѣлается рѣшеніе задачь, естьли бываетъ сношеніе съ вышеобъявленными началами, такъ и для того, понеже практика дѣлаетъ теорію увеселительнѣйшею. Впрочемъ Ариѳметика должна имѣть первое мѣсто между математическими науками, по колику и величина, такъ какъ множество частей, разсуждаема и числами изображаема быть можетъ, чтобъ для того польза науки исчисленія весьма пространно разливалась по всей математикѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 6. *Равныя* (Aequalia) суть, которыя, въ разсужденіи количества, точно сходствуютъ между собою. Такія количества, на конецъ означаться будутъ двумя параллельными линѣями =. *Неравныя* (Inaeqnalia) суть, которыя между собою разнствуютъ величиною, то есть, когда часть одного равняется другому цѣлому.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 7. *Большее* (Maius) есть, котораго часть равна другому цѣлому. *Меньшее* (Minus) есть, которое равняется части другаго.

Знакъ

Знакъ *большинства* (Maioritatis) есть >, а *меньшинства* (Minoritatis) <.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 8. *Подобныя* (Similia) называются, коихъ знаки, по которымъ они различаются, сходствуютъ, такъ что разспознаны быть не могутъ, естьли самымъ дѣломъ не будутъ сравнены между собою. На пр. пропорціональныя числа 1 къ 2 и 3 къ 6, которыя имѣютъ одинакой знакъ своего содержанія, могутъ назваться подобными, ибо въ обоихъ мѣстахъ есть двойное содержаніе. Знакъ подобныхъ есть ∽.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 9. *Число измѣрять число* (Numerus numerum metiri) называется, когда меньшее число, нѣсколько разъ взятое, равно бываетъ большему числу.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 10. *Часть* (Pars) есть число числа, или, меньшая доля большаго количества. Есть, или, *нѣсколькая* (Aliquota), которая, нѣсколько разъ взятая, измѣряетъ большее количество, и оному равняется; или, *нѣколикая* (Aliquanta), которая не измѣряетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 11. *Цѣлымъ* (Totum) называется количество, относя къ частямъ, кои оно въ себѣ содержитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 12. *Подобныя части нѣсколькія* (Similes partes aliquotae) суть, кои равно измѣряютъ свои цѣлыя; или, которыя въ своихъ

цѣлыхъ нѣсколько разъ содержатся по равну. На пр. 2 и 3 суть подобныя части чиселъ 4 и 6, по колику каждая изъ нихъ дважды содержится въ своемъ цѣломъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 13. *Подобныя части нѣколикія* (Similes partes aliquantae) суть, кои содержатъ въ себѣ по равну многія нѣсколькія части своихъ цѣлыхъ. На пр. части 4 и 6, будучи сравнены съ 10 и 15, суть подобныя. Ибо хотя ни одна изъ нихъ не измѣряетъ соотвѣтствующаго цѣлаго; однако каждая содержитъ въ себѣ двѣ подобныя нѣсколькія, то есть, пятыя части цѣлаго, къ которому относится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 14. *Соизмѣримыя* (Commenſurabiles) количества суть тѣ, которыя измѣряетъ общая мѣра; *не соизмѣримыя* (incommenſurabiles) суть, кои не измѣряетъ общая мѣра (§. 196. Геом.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§ 15. *Ровное* (par) число есть, которое содержитъ въ себѣ два равныя цѣлыя. *Неровное* (impar) есть, которое единицею разнствуетъ отъ ровнаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 16. *Равно ровное* (pariter par) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ ровное. *Равно неровное* (pariter impar) есть, которое измѣряется ровнымъ чрезъ не ровное. *Неравно неровное* (impariter impar) есть, которое измѣряется неровнымъ чрезъ неровное.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 17. *Первое число* (primus numerus) есть, которое измѣряется одною единицею; *сложное* (compositus), которое измѣряется другимъ числомъ, кромѣ единицы.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 18. *Первыя между собою* (primi inter se) числа суть, которыя не имѣютъ общей мѣры, кромѣ единицы. На пр. 8 и 15. *Сложныя между собою* (compositi inter se) числа суть, которыя имѣютъ общую мѣру, кромѣ единицы. На пр. 9, 12, 15, всѣ имѣютъ одну мѣру 3.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 19. *Число совершенное* (Numerus perfectus) есть, которое равно всѣмъ своимъ мѣрамъ. На пр. 6 = 3. 2. 1. своимъ частямъ. Такія жъ суть 28, 496, 8128. и проч. *Способъ, какъ находить совершенныя числа, показываетъ Эвклидъ IX. 36. См. притомъ Мерсен. предувѣд. мнѣн. физико-Матем. Нум. 9. и Таквет. Ариѳ. кн.* III. *стран.* 119. Изъ показанныхъ опредѣленій происходятъ слѣдующія

АКСІОМЫ.

I. §. 20. *Единица измѣряетъ всякое число чрезъ единицы, кои въ немъ находятся.*

II. §. 21. *Всякое число измѣряетъ само себя чрезъ единицу.*

III. §. 22. *Тоже количество равно самому себѣ.*

IV. §. 23. Равныя между собою могутъ перемѣняться, и одно на мѣсто другаго поставлено быть можетъ.

V. §. 24. Количества, равняющїяся одному третьему, равны между собою. (Таже Аксїома служитъ и въ разсужденїи подобныхъ количествъ, которыя, когда сходствуютъ съ однимъ третьимъ: то сходствуютъ и между собою).

VI. §. 25. Ежели къ равнымъ придашь равныя: то равныя и происходятъ.

VII. §. 26. Ежели отъ равныхъ отъимешь равныя: то равныя и остаются.

VIII. §. 27. Изъ неравныхъ одно больше, а другое меньше.

IX. §. 28. Цѣлое есть больше всякой своей части.

X. §. 29. Цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ.

XI. §. 30. Равныя числа суть, одинакая часть тогожъ числа; на пр. половинная, третья, и проч. Равныя числа суть одинакая часть равныхъ чиселъ.

XII. §. 31. Всякихъ количествъ одинакїя нѣсколькїя части равны между собою; или, коихъ количествъ про-

изведенїя равны, тѣ равны между собою.

XIII. §. 32. *Число, которое есть мѣрою другаго числа, измѣряетъ и всѣ другїя, коихъ мѣрою есть то другое число.*

ГЛАВА ВТОРАЯ.

О *ИСЧИСЛЕНІИ, СЛОЖЕНІИ, ВЫЧИТАНІИ, УМНОЖЕНІИ И ДѢЛЕНІИ ЧИСЕЛЪ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 33.

Исчисленїе (Numeratio) есть способъ изображать числа пристойными знаками, и выговаривать оныя извѣстными именами.

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 34. Вмѣсто знаковъ чиселъ, принимаются общїе десять 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, изъ которыхъ первые девять, щитая отъ одного до девяти, означаютъ первыя суммы единицъ, а послѣдней знакъ, которой *нулемъ* (Cifra, vel zerus) называется, хотя одинъ онъ и не означаетъ никакой суммы; однако, будучи приданъ къ другимъ знакамъ отъ правой руки, увеличива-

чивает знаменованїе и силу оных, как о том после сего изъяснено будет.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Знаки, для означенїя чисел, прежде сего многїе народы снимали с азбучных литер. Однако Римляне означали первыя единицы четырьмя прямыми линѣями, I, II, III, IV, будто бы столькими пальцами; пять же единиц на подобїе руки V, а десять на подобїе удвоенной руки X изображали. Прочїе знаки, кои в употребленїи были у Римлян, C, L, cIɔ, Iɔ, из изображенїя начальных литер сотни и тысячи составлялись. Между тѣм, понеже употребленїе таких знаков весьма не способно было: то они, для сложенїя и вычитанїя больших сумм, употребляли щотную доску с гвоздиками, которую между другими описывает М. Вельсер в *коммент Апгуст. сочин.* стран. 221. О началѣ ж общих знаков ученые люди имѣют не одинакое мнѣнїе. Нѣкоторые почитают изобрѣтателями оных Индѣйцов, или Арапов. Максим Планудїй Грек, XIII вѣка писатель, (коего находится в свѣтѣ книга *εισαγωγὴ εις τὴν κατ᾽ ινδους μεγάλην ψῆφην*, упоминает в ней, что оное начало общих знаков находится в Оксфуртѣ между книгами MS. от Кромвелла в библїотеку Бодлеянскую подаренных числом 297) в толкованїи Ариѳметики употребляет общїе знаки, и не сомнѣвается изобрѣтенїе оных приписывать Индѣйцам. Но понеже от Арапов тѣже знаки взяли и Европейцы около одиннатцатаго, как можно вѣрить, вѣка: то потому и называются Арапскими. Валлизїй том. II. сочин. стран. 16, думает, что Герберт Флорентинец, которой на послѣдок был под именем Сильвестра, II. Папы Рим. от сотвор. мїра 999. года, перевез оные знаки от Сарацын к Европейцам. Сами Арапы объявляют, что сїи знаки про-

произошли отъ круга, на четыре четверти раздѣленнаго. См. КИРХЕР. *Ариѳмолог.* стран. 42. БАЙЭРЪ, Сл. Петербургской Академикъ, въ тракт. *о затмѣнiи Китайскомъ*, стран. 30. думаетъ, что оные знаки отъ Китайцовъ къ Индѣйцамъ, а отъ сихъ къ прочимъ народамъ перешли; иные сравниваютъ изображенiя оныхъ съ первыми Греческими литерами, въ такомъ порядкѣ поставленными α. β. γ. δ. ε. σ. ζ. η. ϑ. ο. Понеже сiи литеры сходствуютъ съ тѣми знаками, и потому изобрѣтенiе числительныхъ знаковъ приписываютъ Грекамъ, и утверждаютъ, что сiи оттуда, съ самою наукою исчисленiя, перешли къ восточнымъ народамъ. См. *Гуец. доказ. Евангел. предл. IV. гл.* 13. *стран.* 252. притомъ егожъ соч. гл. 48. И сiе мнѣнiе кажется вѣроятное, понеже подобные знаки находятся и въ самыхъ древнихъ писателяхъ. Самъ я нашелъ въ *Апотелезматикѣ* Павла Александрiйскаго, которая въ IV. вѣку писана, нѣкоторые знаки, какъ то, три, шесть и девять, а больше того нашелъ въ рукописной книгѣ Ранцовiановой; но перемѣнилъ издатель книги Андр. Шато. См примѣч. его. Стран. 2. Десять же общихъ знаковъ весьма подобныхъ употребляетъ, и за изобрѣтенiе Пиѳагорейцовъ почитаетъ; употребленiе оныхъ въ Ариѳметикѣ описываетъ Боеѳiй въ Геом. какiе знаки можно видѣть не токмо въ древней сего сочиненiя книгѣ MS, которая находится въ библiотекѣ Альторфинской, но и въ первомъ изданiи соч. Боеѳ. которое вышло въ Венецiи 1492. год. въ листъ. Впрочемъ сiи знаки употребляются по всему востоку, у Персовъ, Моголъцовъ, Татаръ и у Китайцовъ, такъ какъ я особливою диссертацiею, объ *общихъ знакахъ чиселъ*, изданною 1727. год. доказалъ. О употребленiи жъ сихъ знаковъ у Европейцовъ, пишутъ КОНРИНГ. d. diplom- Lindauienſi. стран. 318. и Мабиллонъ de re diplomatica, кн. II. гл.

28. ВАЛЛИЗ. и Луффкинъ in Lowthorpi Epit. transact. Angl. кн. I. стран. 107, и слѣд. Впрочемъ, что принадлежитъ для изъясненія исторіи Ариѳметической, и что о знатнѣйшихъ ея писателяхъ, какъ древнихъ, такъ и новѣйшихъ объявить надлежитъ, о всемъ томъ въ лекціяхъ пространнѣе упомянуто будетъ.

ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 36. Въ исчисленіи большихъ чиселъ первымъ основаніемъ есть *десятокъ* (Decas), которой естьли десять разъ повторенъ будетъ: то происходитъ *сто* (Centum), и изъ сотни, десять разъ взятой, дѣлается *тысяча* (Mille); потомъ десять тысячъ, сто тысячъ, тысяча тысячъ, или *милліоны* (Milliones) слѣдуютъ; также десятки, сотни, тысячи милліоновъ, и десятки, сотни и тысячи тысячъ милліоновъ считаются. Тысяча тысячъ милліоновъ, *билліоны* (Billiones); милліоны билліоновъ, *трилліоны* (Trilliones); милліоны трилліоновъ, *квадрилліоны* (Quadrilliones), и такъ далѣе, называются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 37. Изъ чего явствуетъ, что въ исчисленіи всегда наблюдается десятерное содержаніе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 38. Но самымъ дѣломъ видно, что такое исчисленіе по сложеннымъ десяткамъ есть положительное (къ принятію котораго, какъ видно, подали случай Витрув. десять пальцовъ обѣихъ рукъ). Ибо вольно было принять какую ни будь сумму, состоящую

ящую изъ не многихъ единицъ, за начало и первое основанїе. Тоже самое другїе изъяснили примѣрами. Ерг. Вейгелїй изобрѣлъ Ариѳметическую тетрактику, и по *четыремъ* считать научилъ, въ *Аритмологистикѣ*, стран. 362. и *Матем.* Философ. стран. 175. Лейбницїй отъ *двухъ* начинаетъ исчисленїе, о которой Ариѳметической *Дїадикѣ* См. Histoire de l'Acad. R. des Sc. 1703. год. стран. 71. и Memoires того жъ года. стран. 105. Буветъ Iезуита Французской, которой нѣсколько времени былъ въ Пекинѣ въ Китайскомъ Государствѣ, думалъ, что сей счетъ по *двумъ* служитъ для истолкованїя загадки древняго Китайскаго Царя и Философа Фоги, въ которой цѣлыя линѣи съ половинными различно перемѣшиваются. Но напослѣдокъ Байэръ *въ кабинетѣ Китайскомъ* кн. 2. стран. 96. и слѣд. объявилъ, что сходнѣе съ правдою сїе, что Китайцы, чрезъ цѣлыя и половинныя линѣи различно соединенныя, хотѣли показать множество соединенїй вещей не многихъ, и симъ опытомъ дошли они до изображенїя простыхъ своихъ знаковъ. Объ обоихъ счетахъ пространно сказано въ Диссерт. о *превосходствѣ Декадической Ариѳметики*, чѣмъ она превосходитъ Тетрактику и Дїадику, притомъ упомянуто было и о додекадическомъ счетѣ.

ПОЛОЖЕНIЕ 3.

§. 39. Чтобъ правильно изображать всякое множество вещей десятьми оными знаками: то надлежитъ начинать отъ единицъ, съ правой рукѝ, а прочїя суммы десятковъ, сотенъ, тысячь, и которыя продолжаются, къ лѣвой рукѣ, означать знаками, по порядку другъ за другомъ слѣдующими. По какой причинѣ Ариѳметисты подражаютъ

жаютъ обыкновенїю писать восточныхъ народовъ, кои отъ правой рукй къ лѣвой пишутъ литеры. Что все изъ приложеннаго примѣра яснѣе разумѣть можно.

Единицы. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
Десятки. 10. 20. 30. и проч.
Сотни. 100, 200.
Тысячи. 1000. 2000.
Д. тысячъ. 10, 000. 20, 000.
С. тысячъ. 100, 000. 200, 000.
Миллїоны. 1000, 000. 2000, 000.
Д. миллїоновъ. 10, 000, 000.
С. миллїоновъ. 100, 000, 000.
Т. миллїоновъ. 1000, 000, 000.
Д. т. миллїоновъ 10, 000, 000, 000.
С. т. миллїоновъ. 100, 000, 000, 000.
Биллїон. 1000, 000, 000, 000.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 40. Наблюдая сїе правило, всякой знакъ единицы получаетъ знаменованїе десятка, сотни, тысячи и всякаго другаго числа, смотря по мѣсту, больше, или меньше, къ лѣвой рукѣ отдаленному,

ЗАДАЧА I.

§. 41. *Написать всякое число.*

РѢШЕНIЕ.

1. Начинай отъ единицъ, и надъ оными надписывай, къ лѣвой рукѣ, сотни, тысячи, десятки тысячь, миллїоны, и напослѣдокъ всѣ тѣ суммы, кои даны написать.
2. Гдѣ жъ одного, или больше классовъ въ срединѣ находящихся, не означено будетъ положительнымъ числомъ, тамъ надлежитъ

житъ написать одинъ нуль, или больше. Сїи пра́вила явствуютъ, безъ дальняго доказательства, изъ полож. 3. (§. 39.). На пр. требуется написать слѣдующую сумму: шесть сотъ пятьдесятъ четыре тысячи, сто восемьдесятъ девять: то оную будутъ изображать слѣдующїе знаки: 654, 189.

ЗАДАЧА II.

§. 42. *Выговорить всякое число своими именами.*

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данную сумму, чрезъ запятыя, на классы, начавъ отъ правой руки, и для каждаго класса опредѣли по три знака.
2. Надъ слѣдующимъ, послѣ двухъ классовъ, числомъ поставь также запятую; послѣ четырехъ, двѣ; а послѣ шести, три. Нижнїя запятыя будутъ означать тысячи, а изъ верьхнихъ одна, миллїоны; двѣ, биллїоны; три, триллїоны; а четыре, квадриллїоны.
3. Потомъ назови соотвѣтствующїя числа именами выше (§. 39.) упомянутыми, и такимъ образомъ выговорена будетъ данная сумма. На пр. число

III II I
18, 446, 744, 073, 709, 551, 611.

выговаривается такимъ образомъ: восьмнатцать триллїоновъ, четыре ста сорокъ шесть тысячь, семь сотъ сорокъ четыре биллїона, семьдесятъ три тысячи, семь сотъ девять биллїоновъ, пять сотъ пятьдесятъ одна тысяча, шесть сотъ одиннатцать.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 43. Естьли число восьмнатцать триллїоновъ, и проч. которое теперь предложено, взято будетъ о зернахъ жита: то оно означаетъ такое ихъ множество, что Стурмїй думаетъ, будто бы симъ житомъ $\overset{I}{2}\,562,047$ до са́маго верьху можетъ наполненъ быть ковчегъ Ноевъ. *In math. iuuen.* T. I. стран. 13. См. притомъ Валлиз. соч. T. I. стран. 151. Ѳео. Гиде. Тр. *de ludis orientalibus prolegom.* Особливо жъ находить число зернышковъ пещаныхъ, которое бы всему земному шару, или шару неподвижныхъ звѣздъ, по положенїю взятому, равнялось, давно уже́ показалъ Архимедъ *in arenario.* Стран. 120. соч. См. притомъ Таквет. Аріѳм. кн. V. гл. 4. теор. 21. Клавїев. *Comment. in Bosci Sph.* Стран. 217.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

Числа однородныя (numeri homogenei) суть, которыя означаютъ подобныя части того жъ цѣлаго; *разнородныя* (heterogenei), которыя означаютъ части цѣлыхъ, въ различномъ содержанїи раздѣленныхъ. На пр. дни раздѣляются на 24 часа, часы на 60 минутъ; слѣдовательно чи́сла дней и часовъ, суть между собою разнородныя; чи́сла жъ часовъ однородныя; также чи́сла минутъ суть равномѣрно между собою однородныя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

Сложенїе (additio), есть двухъ, или, больше чиселъ въ одну сумму собранїе. Знакъ сложенїя иногда употребляется крестъ $+$, которой значитъ *плюсъ* (plus). Количество, которое производится чрезъ такое собиранїе, *суммою* (summa, vel aggregatum) называется.

ТЕО-

ТЕОРЕМА I.

§. 46. *Числа слагаемыя должны быть однородныя.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда изъ слагаемыхъ чиселъ надлежитъ составить такое цѣлое, которое содержитъ въ себѣ сложенныя числа, какъ части (§. 45.); то требуется, чтобъ оныя части были между собою подобныя, кои къ томуже цѣлому относятся. Ибо неподобныя, или разнородныя части относятся къ разнымъ цѣлымъ, или различно раздѣленнымъ (§ 44.); слѣдовательно числа, въ одну сумму слагаемыя, должны быть однородныя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 47. Когда жъ послѣ сего будетъ говорено о сложеніи разнородныхъ чиселъ: то объ ономъ должно имѣть такое понятіе, что въ тѣхъ количествахъ, которыя составляются изъ разнородныхъ классовъ, всегда складываются одинаковые сорты, и слѣдственно однородныя числа.

ЗАДАЧА III.

§. 48. *Сложить два числа, или больше.*

РѢШЕНІЕ.

1. Напиши данныя однородныя числа такъ, чтобъ единицы подъ единицами, десятки подъ десятками, сотни подъ сотнями, и проч. находились, и подъ ними проведи линѣю.
2. Потомъ съ праваго класса, такъ какъ съ нижняго начавъ, складывай числа всѣхъ классовъ, другъ надъ другомъ состоящія, въ одну сумму, и ставь каждую сумму единицъ подъ линѣею; а лишекъ сверьхъ девяти, содержащейся въ умѣ, всегда при-

давай къ ближайше слѣдующему, отъ лѣвой руки, классу, то есть, ежели одинъ десятокъ будетъ въ излишествѣ отъ суммы единицъ: то къ ближайшей суммѣ приложи одну единицу; естьли жъ два, или три, и больше десятковъ будетъ въ излишествѣ: то приложи двѣ, три единицы, или больше, къ слѣдующему классу.

3. Когда случатся одни нули, тогда вмѣсто суммы пишется нуль.

4. А когда надлежитъ складывать разнородныя чи́сла: то и тогда сложенïе также начинается отъ са́маго меньшаго сорта, и какъ произойдетъ сумма, составляющая ближайше бо́льшей сортъ: то къ слѣдующему сорту придается одна единица; естьли жъ въ суммѣ меньшаго сорта будетъ содержаться больше большихъ сортовъ: то и къ слѣдующему ближайше большему сорту придается больше единицъ, и сложенïе слѣдующихъ сортовъ равномѣрно продолжается до тѣхъ поръ, пока не получишь цѣлаго числа̀, коего всѣ единицы, по вышепоказанному пра́вилу, складываются.

ПРИМѢРЪ 1.

	65708
	79203
сумма	144911

ПРИМѢРЪ 2.

	цент.	либр.	унц.
	62.	85.	8
	32.	74.	7
	8.	9.	6
сумма	113.	69.	9

то есть, одна либра содержитъ въ себѣ 12 унцïй, а одинъ центнеръ, или сотовой вѣсъ, 100 либръ.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже всѣ суммы, сверьхъ девяти единицъ, составляются изъ десятковъ (§. 36.); и всякая сумма въ десятерномъ содержанїи возрастаетъ и умаляется (§ 37.), а знаки получаютъ различное знаменованїе, смотря по мѣсту (§. 39.) того ради слѣдуетъ, что съ каждымъ знакомъ всякаго числа можно поступать, такъ какъ съ единицами; и потому можно порознь складывать единицы, и лишекъ сверьхъ девяти, то есть, одинъ десятокъ, или больше, придавать къ слѣдующему классу. Но число, которое такимъ образомъ составляется, понеже содержитъ въ себѣ единицы десятки, сотни, и прочїя суммы, кои находились въ слагаемыхъ количествахъ, будетъ сумма данныхъ чиселъ. Въ разнородныхъ же, естьли числа подобныхъ классовъ, и слѣдовательно однородныя (§. 47.) сложатся между собою, и содержанїе частей, принятое въ употребленїе и опредѣленное, наблюдаемо будетъ, явствуетъ, что изъ частей составляются ближайшїя цѣлыя (§. 29.), и суммы цѣлыхъ и частей производятся показаннымъ образомъ (§. 44. 46.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 49. Изъ онагожъ доказательства явствуетъ, что не всегда потребно бываетъ начинать сложенїе отъ правой руки. Понеже и отъ лѣвой руки всѣ десятки по порядку другъ за другомъ слѣдуютъ, и потому оные подъ единицами, изъ которыхъ состоятъ, подписаны быть могутъ; однако жъ, понеже послѣ того требуется новое сложенїе десятковъ, явствуетъ, что вышепоказанная практика сокращеннѣе, и потому должно почитать оную передъ другою.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 50. *Вычитанїе* (Subtractio) есть дѣйствїе, чрезъ которое отнимается и отдѣляется меньшее число отъ бо́льшаго. Знакъ вычитанїя иногда употребляется линѣечка —, которая значитъ *минусъ* (minus). Число, которое остается послѣ вычитанїя, *разность* (differentia), или, *остатокъ* (residuum) называется.

ТЕОРЕМА II.

§. 51. *Въ вычитанїи, числа бо́льшее и меньшее должны быть однородныя.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, бо́льшее число, изъ котораго дѣлается вычитанїе, разсуждается такъ какъ цѣлое, коего часть отдѣляется чрезъ вычитанїе (§. 50.). Но цѣлое состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 44.); слѣдовательно въ вычитанїи, числа бо́льшее и меньшее должны быть однородныя.

ТЕОРЕМА III.

§. 52. *Остатокъ и меньшее число, будучи сложенныя вмѣстѣ, составляютъ сумму равную бо́льшему числу, изъ котораго дѣлается вычитанїе.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже меньшее число, отнятое отъ бо́льшаго, есть часть его, и остатокъ, которой остается, есть другая часть тогожъ числа (§. 50.). Но цѣлое равно всѣмъ своимъ

своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29.); слѣдовательно остатокъ и меньшее число, и проч.

ЗАДАЧА IV.

§. 53. *Вычесть меньшее число изъ бо́льшаго.*

РѢШЕНIЕ.

1. *Въ однородныхъ числахъ*: меньшее число подписывается подъ бо́льшимъ такъ, чтобъ взаимно другъ другу соотвѣтствовали подобные классы единицъ, десятковъ, сотенъ и проч. и подъ ними проводится линѣя.
2. Начало дѣлается также отъ правой рукѝ, такъ какъ отъ са́маго нижняго класса, и всѣ единицы меньшаго числа̀ вычитаются изъ верьхнихъ, а остатокъ ставится подъ линѣею.
3. Когда нижнее число содержитъ въ себѣ больше единицъ, нежели верьхнее, и неможетъ вычтено быть: то въ такомъ случаѣ, отъ ближайше слѣдующаго знака большаго числа̀, изъ котораго дѣлается вычитанïе, надлежитъ отнять единицу, которая, понеже въ общихъ знакахъ означаетъ десятокъ, увеличитъ и другой знакъ также десятью единицами; что здѣлавъ, вычитается пото́мъ нижнее число изъ верьхняго, десятью единицами увеличеннаго, и остатокъ ставится подъ линѣею; отъ лѣвой же рукѝ знакъ напослѣдокъ почитается за уменьшенной единицею, что означается чрезъ точку, поставленную подлѣ того знака.
4. Вычтенной нуль не умаляетъ числа̀; но ежели случится вычитать изъ него положитель-

жительное число: то сперьва надлежитъ увеличить оной цѣлымъ числомъ, занятымъ отъ предъидущихъ знаковъ; естьлижъ два нуля случатся стоять съ ряду другъ подлѣ друга: то, понеже первой нуль, то есть, что отъ лѣвой руки, долженъ увеличенъ быть десяткомъ, отъ предъидущихъ знаковъ взятымъ, дабы отъ него къ послѣднему знаку, то есть, что отъ правой руки, перенесена быть могла единица, имѣющая знаменованїе десятка, можно удобно разумѣть, что тотъ нуль, которой отъ лѣвой руки, напослѣдокъ должно почитать за девять. Тоже правило служитъ и въ разсужденїи того, когда больше нулей съ ряду другъ подлѣ друга стоять будетъ.

5. *Въ разнородныхъ числахъ*: меньшее число также пишется подъ бо́льшимъ такимъ образомъ, чтобъ подобные классы взаимно другъ другу соотвѣтствовали, и когда (то есть, естьли нижней знакъ не можетъ вычтенъ быть изъ верьхн..го) для увеличенїя числа слѣдующаго класса, занимается единица отъ ближайше большаго класса: то само чрезъ себя явствуетъ, что сїя единица означаетъ такое цѣлое, которое, по принятой въ употребленїе и извѣстной пропорцїи, состоитъ изъ частей меньшаго класса; и такъ, естьли сїя единица раздѣлится на оныя части: то, придавъ оныя къ числу того сорта, которой складывается, можно

будетъ

будетъ вычесть нижнее число, и остатокъ подписать подъ линѣею.

Примѣръ 1.		Примѣръ 2.		
		цент.	либр.	унц.
	144911	113.	69.	9
	79203	32.	74.	7
остатокъ	65708	остатокъ 80.	95.	2

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Что однородныя подъ однородными подписывать, и подобныя изъ подобныхъ вычитать должно, тому учитъ вычитанїе (§. 51.). Но понеже всѣ числа въ общихъ знакахъ имѣютъ знаменованїе, смотря по мѣсту (§. 40.); того ради слѣдуетъ, что со всякимъ числомъ можно поступать, такъ какъ съ единицами и десятками, и занятая отъ предъидущаго знака единица служитъ вмѣсто десятка, и увеличиваетъ слѣдующее число десятью единицами. Въ разнородныхъ же числахъ наблюдается пропорцїя, принятая въ употребленїе, и всегда чрезъ вычитанїе находится разность подобныхъ классовъ (§. 51.). И по той причинѣ, что въ однородныхъ числахъ всѣхъ единицъ, десятковъ, сотенъ и прочихъ классовъ; въ разнородныхъ же, всѣхъ сортовъ остатки находятся показанныхъ образомъ, никакого сомнѣнїя не заключается въ томъ, что вычитанїе зделано исправно.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 54. Понеже сложенїе и вычитанїе суть между собою противныя дѣйствїя, такъ что тѣ части, которыя чрезъ сложенїе сложены были въ одну сумму, опять чрезъ вычитанїе могутъ отдѣлены быть отъ той суммы (§. 52.); того ради повѣрка обоихъ, естьли будетъ потребована,

обратнымЪ образомЪ здѣлана быть можетЪ, то есть естьли по отнятіи одной части отЪ суммы, состоящей изЪ двухЪ частей, останется другая: то почитать, что сложеніе здѣлано исправно. И обратно, ежели меньшее число придано будетЪ кЪ остатку, и произойдетЪ изЪ того бо́льшее число: то и вычитаніе почитается за исправно здѣланное (§. 52.). Ибо едва случиться можетЪ, чтобЪ дѣлавЪ противное дѣйствіе, вЪ разсужденіи тогожЪ числа́, здѣлалась такая погрѣшность, которая бы утаивала учиненную вЪ первомЪ дѣйствіи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 55. Другая повѣрка сложенія и вычитанія дѣлается чрезЪ отбрасываніе девятокЪ изЪ подобныхЪ суммЪ, то есть, изЪ цѣлаго и частей. Ибо, ежели вЪ обоихЪ случаяхЪ останется тотже остатокЪ, доказывается чрезЪ то исправное рѣшеніе сложенія и вычитанія. Причина тому есть слѣдующая: понеже сумма всѣхЪ чиселЪ пишется такЪ, что сложенные знаки означаютЪ сумму, равную лишку данныхЪ единицЪ, сверьхЪ одной девятки, или больше. На пр. когда написано будетЪ 12: то $1 + 2 = 3$ дѣлаютЪ лишекЪ сверьхЪ девяти; или, когда написано будетЪ 33: то также $3 + 2 = 5$ изображаютЪ лишекЪ сей суммы сверьхЪ трехЪ девятокЪ, которыя она вЪ себѣ содержитЪ. И потому остатки частей и суммЪ симЪ равныхЪ, сверьхЪ одной девятки, или больше, всегда должны быть равны между собою. См. Дешалс Ариѳм. кн. I. предл. 5. Но тотЪ способЪ повѣрки безопаснѣе, о которомЪ упомянуто было вЪ предЪидущемЪ параграфѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 56. *Умноженіе* (multiplicatio) есть многократное одного тогожЪ количества самого сЪ собою сложеніе. Или, умноженіе есть способЪ находить такое число, которое бы содержало вЪ себѣ множимое число столько разЪ, сколько единицЪ содержится вЪ множителѣ. ЗнакЪ умноженія иногда употребляется

ляется точка, поставленная между множимыми количествами. На пр. 6. 3 = 18; иные изображают умноженіе таким образом: 6 × 3 = 18. Числа, которыя умножаются между собою, называются *множителями* (factores). Эвклид называет оныя *боками* (latera); а то число, которое происходит из умноженія двух чисел между собою, называется *произведеніе* (factum, uel productum); Эвклид же называет оное *ровным числом* (numerum planum).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 57. Слѣдовательно единица к одному множителю имѣет такое содержаніе, какое другой множитель к произведенію; а единица не умножает.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 58. Одинакіе множители производят одинакія произведенія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 59. Произведенія всѣх единиц происходят, ежели всякая единица будет складываться сама с собою непрерывно до девяти. И таким образом составляется таблица, которая называется *таблицею Пиѳагоровою* (abacus Pythagoricus). Числа сей таблицы надлежит твердо содержать в памяти, дабы, помощію оных, можно было напослѣдок скорѣе дѣлать умноженіе и дѣленіе больших количеств.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 60. Понеже умноженіе есть нѣкоторое сложеніе; того ради въ ономъ множимое число и множитель должны быть однородныя, какія требовались и въ сложеніи (§. 46.).

ЗАДАЧА V.

§. 61. *Умножить однородныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Множитель подписывается подъ множимымъ числомъ, такъ чтобъ классы единицъ, десятковъ и проч. взаимно другъ другу соотвѣтствовали, и потомъ подъ ними проводится линѣя, такъ какъ въ сложеніи и вычитаніи дѣлано.
2. Первой знакъ, что отъ правой руки, множителя умножается на всѣ знаки множимаго числа, и когда произведеніе состоитъ изъ двухъ знаковъ: то пишется только, что отъ правой руки, знакъ, или единица; а знакъ, что отъ лѣвой руки, такъ какъ десятокъ, между тѣмъ содержится въ умѣ, и относится къ слѣдующему произведенію.
3. Равнымъ образомъ слѣдующей нижней второй и всякой другой знакъ множителя умножается на всѣ верьхніе знаки, и произведеніе изъ того подписывается подъ знакомъ умножающаго числа.
4. Ежели оба числа, или только одно будетъ имѣть на концѣ нѣсколько нулей: то умножаются одни только положительныя числа, и къ произведенію приписываются всѣ нули. Также ставится нуль въ произведеніи, естьли случится оной въ срединѣ множителя, и потомъ продолжается умноженіе прочими положитель-

ными знаками. Когда жъ въ срединѣ множимаго числа случится нуль то и тогда также ставится нуль въ произведенiи, естьли другой положительной знакъ, содержащейся въ умѣ, не будетъ поставленъ на его мѣсто.

5. Наконецъ, какъ всѣ знаки такимъ образомъ умножены будутъ взаимно между собою, всѣ произведенiя складываются въ одну сумму, и производится изъ того произведенiе данныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ.

	7850
	63
	23550
	4710
произведен.	494550

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, какъ уже часто упоминаемо было о томъ, что числительные знаки имѣютъ такое свойство, что каждой изъ нихъ получаетъ знаменованiе, смотря по мѣсту (§. 40.), и что великiя количества, такъ какъ изъ однихъ единицъ и изъ однихъ десятковъ составленныя, разсуждаемы быть могутъ, и чрезъ рѣшенiе предложенной задачи, всѣ произведенiя отдѣленныхъ единицъ, такъ какъ столько первыхъ основанiй искомаго произведенiя, получаются, и располагаются надлежащимъ порядкомъ; слѣдуетъ, что умноженiе справедливо дѣлается по предписаннымъ правиламъ.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 62. О другихъ способахъ умноженія, безъ таблицы Пиѳагоровой, и чрезъ палочки Іог. Непера и проч. въ лекціяхъ говорено будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 63. *Дѣленіе* (Diuiſio) есть повторенное вычитаніе меньшаго числа изъ большаго. Или, дѣленіе есть способъ находить такое число, которое показываетъ, сколько разъ меньшее число содержится въ большемъ, и сколько разъ оное изъ сего вычтено быть можетъ. Дѣленіе иногда означается двумя точками, между дѣлимымъ числомъ и дѣлителемъ поставленными. На пр. 8: 4, значитъ, что 8 дѣлится на 4. Изъ данныхъ чиселъ бóльшее *дѣлимымъ* (Diuidendus), меньшее жъ *дѣлителемъ* (Diuiſor); а то число, которое происходитъ, *частнымъ числомъ* (quotus, vel quotiens) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 64. Слѣдовательно дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ содержится столько разъ, сколько единица въ частномъ числѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 65. Но какъ въ вычитаніи, такъ и въ дѣленіи, числа должны быть однородныя (§. 51.).

ТЕОРЕМА IV.

§. 66. *Дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому числу.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ умноженіе находится такое число, которое содержитъ въ себѣ множимое число столько разъ, сколько единица содержится въ множителѣ (§. 56.). Но столько разъ дѣ-

дѣлитель содержится въ дѣлимомъ числѣ, сколько единица въ частномъ числѣ (§. 64.); слѣдовательно дѣлитель, умноженной на частное число, производитъ число равное дѣлимому числу.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 67. Изъ чего явствуетъ, что умноженіе и дѣленіе суть два противныя дѣйствія, и число, которое чрезъ умноженіе складывалось нѣсколько разъ само съ собою, чрезъ дѣленіе опять тоже возвращается. На пр. 4. 3 = 12, то есть, четыре, умноженные на три, дѣлаютъ 12; но чрезъ дѣленіе 12 : 3 = 4 опять тоже число *четыре* возвращается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 68. Чего ради одно которое ни будь дѣйствіе можетъ служить для повѣрки другаго.

ЗАДАЧА VI.

§. 69. *Раздѣлить однородное число на подобное.*

РѢШЕНІЕ.

1. Дѣлитель ставится подъ знаками дѣлимаго числа, что отъ лѣвой руки, однако такимъ образомъ, чтобъ верьхнее число было больше нижняго, и подъ ними проводится линѣя; подлѣ жъ крайняго знака, что отъ правой руки, проводится линѣя, или дуга.
2. Потомъ находится, сколько разъ дѣлитель содержится въ состоящемъ надъ нимъ числѣ дѣлимаго, и число, которое показываетъ то, пишется за дугою, такъ какъ частное; оно же послѣ того умножается на дѣлителя, и произведеніе вычитается изъ дѣлимаго, а остатокъ замѣчается подъ линѣею, и слѣдующее къ правой рукѣ число дѣлимаго ставится подлѣ тогожъ остатка.

3. Наконецъ дѣлитель, подъ симъ остаткомъ, которой сперьва увеличенъ былъ слѣдующимъ приписаннымъ числомъ, подвигается однимъ знакомъ подалѣе къ правой рукѣ, и такимъ же образомъ находится частное число и произведенiе его вычитается изъ соотвѣствующей суммы. Подобное дѣйствiе продолжается до конца.
4. Ежели дѣлитель въ дѣлимомъ числѣ не содержится: то вмѣсто частнаго числà за дугою ставится нуль.
5. Естьлижъ при дѣлителѣ будутъ находиться нули то оные тотчасъ на концѣ подъ послѣдними знаками дѣлимаго числà подписываются, и дѣленiе продолжается положительными знаками; числа жъ, состоящiя надъ нулями, отдѣляются отъ прочихъ линѣею, и къ остатку, послѣ окончанiя дѣленiя, придаются.
6. Что послѣ дѣленiя остается, то пишется особливо, и почитается за часть дѣлителя.
7. Дѣленiе дѣлается сокращеннѣе, ежели найденное частное число въ умѣ умножено будетъ на дѣлителя, и произведенiе вычтется изъ соотвѣтствующихъ знаковъ дѣлимаго числà. Но въ такомъ случаѣ, для краткости, надлежитъ умножать частное число на дѣлителя отъ лѣвой руки къ правой.

ПРИ-

ПРИМѢРЪ.

```
494550 (
 785
   6
------
 4710
------
 2355
  785
    3
------
 2355
------
 0000
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

И въ рѣшенiи сей задачи десятерное содержанiе, въ силу котораго умаляются числа, и знаменованiе, которое имѣютъ тѣ же числа, смотря по мѣсту, такъ что всѣ порознь, какъ однѣ единицы, или десятки, употребляемы и сравниваемы быть могутъ, дѣлаетъ великое сокращенiе. И по тому тысячное число (7000) можно поставить подъ сотеннымъ числомъ тысячъ (490,000), и находить, сколько разъ первое число онаго тысячнаго числа содержится въ первыхъ двухъ знакахъ сего сотеннаго числа тысячъ; ибо найденное частное число (6) не будетъ уже единица, но десятокъ; потому что во время продолженiя рѣшенiя придается къ нему отъ правой руки другой знакъ. Но, произведенiе, произшедшее изъ умноженiя сего частнаго числа на дѣлителя, вычетши изъ дѣлимаго, явствуетъ, что остатокъ принадлежитъ къ рѣшенiю слѣдующей суммы, и должно продолжать дѣленiе подоб-

нымъ

нымъ образомъ. По окончанiи котораго, понеже найденное число показываетъ, сколько разъ цѣлой дѣлитель можетъ вычтенъ быть изъ всѣхъ классовъ дѣлимаго числа̀, можно будетъ и о томъ заключить, правильно ли здѣлано дѣленiе.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 70. О рѣшенiи дѣленiя, помощiю палочекъ Неперовыхъ, и о другихъ способахъ говорено будетъ въ лекцiяхъ.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 71. Повѣрка умноженiя дѣлается, раздѣливъ произведенiе на одного котораго ни будь множителя; ибо, ежели произойдетъ изъ того другой множитель, означается тѣмъ пра̀вильное рѣшенiе умноженiя. И обратно, повѣрка дѣленiя дѣлается, умножая частное число на дѣлителя, и къ тому прикладывая остатокъ, естьли какой случится; по чему должно произойти опять дѣлимому числу, какъ ужѐ о томъ выше сего изъяснено было (§. 67. 68.).

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 72. Можетъ учинена быть и другая повѣрка, ежели выкинуты будутъ девятки, сперьва изъ множителей, а пото̀мъ изъ произведенiя ихъ, и примѣчено будетъ, произведенiе остатковъ изъ множителей, послѣ выкинутыхъ девятокъ, производитъ ли такойже лишекъ, сверьхъ девяти, какой и произведенiе. На пр. 85. 7 = 595, остатокъ, выкинувъ девять изъ одного множителя, есть 4; другой же множитель 7 есть ужѐ самъ собою лишекъ сверьхъ девяти; остатокъ изъ произведенiя 595, послѣ выкинутыхъ двухъ девятокъ, есть 1, и изъ произведенiя первыхъ лишковъ 7. 4 = 28, послѣ выкинутыхъ трехъ девятокъ, остается также 1, и тѣмъ самымъ доказывается, что умноженiе здѣлано правильно. Тоже служитъ и для повѣрки дѣленiя, гдѣ частное число и дѣлитель почитаются за множители дѣлимаго числа̀ (§. 66.); однако жъ,

ко жъ, естьли что останется послѣ дѣленія, то самое сперьва надлежитъ вычесть изъ дѣлимаго числа, и потомъ, въ разсужденіи остатка, дѣлать показануню повѣрку (§ 55.) См. Таквет. Практич. Ариѳм. кн. I. гл. XII примѣч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 73. *Припеденіе разнородныхъ чиселъ* (reductio heterogeneorum numerorum) есть дѣйствіе, чрезъ которое части цѣлаго, состоящаго изъ классовъ, или сортовъ различно раздѣленныхъ, приводятся въ одинакой нижайшей сортъ Или обратно, когда изъ нижайшаго сорта выключаются вышшіе сорты, кои въ себѣ содержитъ оной.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 74. Какъ на пр. центнеры, подъ которыми состоятъ меньшіе вѣсы либръ и унцій, чрезъ умноженіе раздробляются такъ, что изъ центнеровъ либры, изъ либръ унціи, равняющіяся данному числу центнеровъ, производятся. Или, когда въ противномъ содержаніи, множество унцій, которое содержитъ въ себѣ либры и центнеры, чрезъ дѣленіе раздробляется такъ, что можно разумѣть, сколько либръ и центнеровъ содержится въ данной суммѣ унцій.

ЗАДАЧА VII.

§. 75. *Здѣлать приведеніе разнородныхъ чиселъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Число большаго сорта умножь на части меньшаго сорта, какія оно въ себѣ содержитъ, къ произведенію приложи слѣдующія числа къ тому жъ сорту относящіяся: равнымъ образомъ, когда слѣдуетъ больше сортовъ, на число частей ближайше

мень-

меньшаго сорта умножаетея предъидущее число большаго сорта.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Истинна сего дѣйствїя явствуетъ изъ Аксїомы X (§. 29.). Ибо, естьли цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ, должно взято быть сїе число частей чрезъ умноженїе столько разъ, сколько сортовъ того рода содержится въ какомъ числѣ. На пр. одна либра содержитъ въ себѣ 12 унцїй, а двѣ либры содержатъ 24 унцїи, и такъ далѣе.

ПРИМѢРЪ.

	ценш.	либр.	унц.
	65.	36.	8
	100		
	6500		
	36		
либр.	6536		
	12		
	13072		
	6536		
	78432		
	8		
унц.	78440		

2. Обратно изъ меньшаго, или изъ послѣдняго сорта, выключатся большїе, или вышшїе сорты, естьли на число частей, кои относятся къ блишайше вышшему сорту, такъ какъ на знаменованїе того сорта, раздѣлится величина ближайше нижняго сорта. На пр. ежели 6536 либръ бу-

будутъ раздѣлены на 100 : то произойдутъ 65 цент. съ излишествомъ 36 либръ.

ЗАДАЧА VIII.

§. 76. *Умножить разнородныя числа.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Приведи то число, которое состоитъ изъ разныхъ сортовъ, въ меньшей сортъ (§. 74.), и умножь на данное число (§. 61.).
2. Произведеніе меньшаго сорта приведи чрезъ дѣленіе въ большіе сорты (§. 75.), и будетъ здѣлано умноженіе разнородныхъ чиселъ.

ПРИМѢРЪ.

цент.	либр.	унц.
12.	28.	7. умнож. на 15

100

либр. 1228

12

2456

1228

14736

7

унц. 14743. 15 = 221145. унц.

раздѣливъ на 12, произойдутъ 18428 либры, съ 9 унціями, и сумму либръ раздѣля на 100, будутъ 184 цент. 28 либр. и 9 унц. вмѣсто произведенія даннаго числа.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Короче дѣлается сіе дѣйствіе, ежели, не дѣлая приведенія, числа всѣхъ сортовъ

 бу-

будутъ умножены на данное число, и произведенія всѣхъ классовъ порозвь будутъ раздѣлены на приличествующее число частей; а частныя числа приложатся къ ближайше вышшему сорту,

2. Естьлижъ умножающее число будетъ очень велико: то разбей оное, или раздроби на множители, и потомъ умножай сими меньшими числами. Или, раздроби оное на такія части, кои имѣютъ способное содержаніе, и изъ частныхъ произведеній, сложенныхъ въ одну сумму, произойдетъ цѣлое произведеніе.

ПРИМѢРЪ.

	цент.	либр.	унц.	
	12.	28.	7	умнож. на 15 = 5.3
			5	
	61.	42.	11	
			3	
произвед.	184.	28.	9	

	12.	28.	7	умнож. на 15 = 5 + 10	
	61.	42.	11		5
слож.	122.	85.	10		10 части.
произв.	184.	28.	9		

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Первое рѣшеніе явствуетъ изъ приведенія разнородныхъ, и умноженія однородныхъ чиселъ; а второе рѣшеніе также явствуетъ изъ опредѣленія умноженія. Понеже все равно, хотя данное число умножишь

на

на цѣлое число 15, или сперьва на пять, а потомъ сложишь оное само съ собою трижды. Ибо во всѣхъ случаяхъ увеличивается равное число частей, когда множитель раздробляется на части, и складываются части произведенія. На пр. никакого нѣтъ сомнѣнія, что изъ чиселъ 5 и 10, взятыхъ вмѣсто 15, производится цѣлое произведеніе; понеже цѣлое равно всѣмъ своимъ частямъ вмѣстѣ взятымъ (§. 29.).

ЗАДАЧА IX.

§. 77. *Раздѣлить разнородныя числа.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Равнымъ образомъ число, состоящее изъ разныхъ сортовъ, приводится въ меньшей сортъ (§. 74.), и произшедшая изъ того сумма дѣлится на данной дѣлитель (§. 69.), частное число покажетъ число меньшаго сорта.

2. Сіе частное число опять чрезъ дѣленіе приводится въ ближайше вышшіе сорты (§. 75.), и будетъ извѣстна искомая сколькая часть всякаго сорта.

ПРИМѢРЪ.

	цент.	либр.	унц.
	184.	28.	9.
раздѣ. на (15)			

Привед. въ меньшіе сорты Унц. 221145 : 15 = 14743, сіи унціи 14743 приведши въ либры, чрезъ дѣленіе на 12, произойдутъ 1228 либр. съ 7 унціями; а по

раздѣленіи сего числа на 100, частное число будетъ 12 центн. 28 либр. 7 унц. тоже самое число, какое и сперьва взято было.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Не дѣлавъ приведенія, раздѣли всѣ сорты на данное число, и естьли какой сортъ не можетъ раздѣленъ быть безъ остатка: то приведши остатокъ въ слѣдующей сортъ, приложи оной къ числу того сорта, и опять продолжай дѣленіе на тогожъ дѣлителя, такимъ образомъ произойдутъ частныя числа всѣхъ классовъ. Но сіи правила, безъ дальняго доказательства, явствуютъ изъ вышеобъявленнаго.

ПРИМѢРЪ.

184. 28. 9.
раздѣл. на 15

Раздѣливъ 184 цент. на 15, частное число будетъ 12 цент. съ 4 оставшимися; или къ 400 либр. приложи 28 либр., и изъ суммы, на послѣдокъ раздѣленной на 15, произойдетъ частное число 28, съ восьми оставшимися либрами; или 8. 12 = 96 унц. къ коимъ приложивъ послѣдніе девять унц. и сумму 105 раздѣля на 15, частное число будетъ 7. и потому тоже, что и прежде, находится частное число 12. 28. 7.

ГЛАВА ТРЕТІЯ.

О
СОДЕРЖАНІИ И ПРОПОРЦІИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 78.

Содержанїе (Ratio) есть взаимное отношенїе двухъ количихъ одного роду, въ разсужденїи количества. Первое изъ сихъ количихъ называется *предъидущимъ* (antecedens), а другое *послѣдующимъ* (consequens).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 79. Содержанїе есть, или *Ариѳметическое* (Arithmetica), когда разсуждается о разности двухъ не равныхъ количихъ. На пр. 5 — 3 = 2, или *Геометрическое* (Geometrica), когда разсуждается о томъ, какая часть будетъ меньшее количество большаго. На пр. 6 къ 3, отношенїе показываетъ, что меньшое количество въ большомъ содержится дважды, или есть половинная онаго часть.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 80. Чего ради содержанїе Ариѳметическое, или *разность* (Differentia), находится чрезъ вычитанїе (§. 50.), а Геометрическое чрезъ дѣленїе (§. 63.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 81. И знакъ вычитанїя, или линѣечка, для означенїя Ариѳметическаго содержанїя, а знакъ дѣленїя, или двоеточїе, для означенїя Геометрическаго содержанїя, правильно употребляется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 82. Кромѣ Ариѳметическаго и Геометрическаго содержанїя, упоминается также нѣкакое *Гармони-*

моническое (Harmonica), когда въ трехъ числахъ два крайнія имѣютъ такое жъ Геометрическое содержаніе, какое находится между разностьми перваго и средняго, средняго и послѣдняго. На пр. 6. 4. 3, гдѣ 6 : 3 содержится такъ какъ 6 — 4 = 2 къ 4 — 3 = 1. Называется Гармоническое содержаніе потому, понеже числа онаго по большей части имѣютъ такія пропорціи, на которыхъ утверждаются согласія музыки. Пространнѣе о семъ упоминаетъ Клавій къ Эвклид. кн. 5. стран. 392. и слѣд.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 83. Въ содержаніи Геометрическомъ то число, которое показываетъ, какая часть есть меньшое число большаго, называется *именемъ содержанія* (nomen rationis), *знаменателемъ* (denominator), также *указателемъ содержанія* (exponens rationis).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 84. *Подобныя содержанія* (rationes similes) суть, которыя имѣютъ одинакаго знаменателя (§. 8.). *Содержанія неподобныя* (rationes dissimiles) суть, которыя имѣютъ не одинакаго знаменателя. Предъидущіежъ и послѣдующіе члены подобныхъ содержаній, Греческимъ словомъ называются *количества одинакопыя* (quanta homologa). На пр. 2 : 4 и 3 : 6 суть подобныя содержанія, коихъ два предъидущіе члена 2 : 3 и два послѣдующіе 4 : 6 суть одинаковые. Ибо къ обоимъ равномѣрно относится пропорціональное число.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 85. *Содержаніе многочисленное* (ratio multiplex) есть, когда меньшое количество нѣсколько разъ содержится въ большомъ, и особливо называется *двойное* (dupla), ежели

дважды;

дважды; *тройное* (tripla), ежели трижды; *четверное* (quadrupla), ежели четырежды меньшое число содержится въ большомъ, и проч.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§ 86. *Содержанїе сложенное чрезъ умноженїе* (ratio composita per multiplicationem), или *умноженное* (multiplicata) есть, которое состоитъ изъ одного тогожъ содержанїя, нѣсколько разъ взятаго, или умноженнаго; или которое производится изъ умноженїя подобныхъ пропорцїональныхъ чиселъ, и называется *удвоенное* (duplicata), когда предъидущїе и послѣдующїе члены двухъ подобныхъ содержанїй умножаются между собою; *утроенное* (triplicata), когда умножаются три подобныя содержанїя; *учетверенное* (quadruplicata), когда умножаются четыре подобныя пропорцїональныя чїсла. На пр. пусть будутъ двѣ подобныя пары пропорцїональныхъ чиселъ 2 : 4 = 2 : 4: то произведенїя 2. 2 и 4. 4 производятъ удвоенное содержанїе перваго 4 : 16; естьли жъ будутъ три пары подобныхъ содержанїй 2 : 4 = 2 : 4 = 2 : 4, и произведенїе трехъ предъидущихъ членовъ 2. 2. 2 = 8 сравнится съ произведенїемъ трехъ послѣдующихъ 4. 4. 4 = 64: то произойдетъ утроенное содержанїе перваго 8 : 64.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 87. Происходитъ также сложенное содержанїе, ежели знаменатели подобныхъ содержанїй будутъ умножены между собою, и дѣлается удвоенное, ежели два знаменателя; учетверенное, ежели четыре знаменателя взаимно умножатся между собою. Чего ради Эвклидъ опред. 10. кн. 5. принявъ три непрерывно пропорцїональныя чїсла, 2. 4. 8, содержанїе перваго къ третьему 2 : 8, назвалъ удвоеннымъ содержанїемъ перваго къ второму,

и при-

и принявъ четыре непрерывно пропорцїональныя числа 2. 4. 8. 16, содержанїе перваго къ четвертому 2:16, назвалъ утроеннымъ содержанїемъ перваго къ второму 2:4.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXI.

§. 88. *Содержанїе большей неравности* (ratio maioris inaequalitatis) есть, когда большое количество относится къ меньшому. На пр. 8:4 есть содержанїе двойное. *Содержанїе меньшей неравности* (ratio minoris inaequalitatis) есть, когда меньшое количество относится къ большому, для означенїя котораго ставится предъ именемъ содержанїя предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 4 : 8 называется содержанїе *субдупля*, или *поддвойное*, или *половинное* (ſubdupla); 2 : 6 *субтрипля*, или *подтройное*, или *третное* (ſubtripla); также 2 : 4 и 4 : 16 *субдупликата*, или *подвудвоенное* (ſubduplicata).

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXII.

§. 89. *Содержанїе суперпартикулярное* (ratio ſuperparticularis) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшое однажды, и сверьхъ того одну его нѣсколькую часть, для означенїя котораго употребляется слово *полтора* (ſesqui), придавъ къ тому знаменованїе изобилующей частицы. На пр. 3 : 2 будетъ *содержанїе полуторное* (ratio ſesquialtera); понеже лишекъ есть половинная часть меньшаго количества; 4: 3 будетъ *содержанїе полутретное* (ratio ſesquitertia); понеже лишекъ есть третья часть меньшаго количества. И обратно, содержанїе меньшой неравности означится, когда передъ онымъ поставится предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 2 : 3, будетъ *содержанїе подполуторное* (ratio ſubſesquialtera). Кромѣ жъ того, когда

гда данныя количества будутъ имѣть многочисленное содержанїе, тогда напереди оныхъ ставится имя многочисленнаго содержанїя. На пр. 5 : 2, будетъ содержанїе *двойное полуторное* (dupla ſesquialtera); 7 : 3 *двойное полутретное* (dupla ſesquitertia); а чтобъ и содержанїе меньшей неравности означалось: то напереди также ставится предлогъ *подъ* (ſub). На пр. 3 : 7 будетъ содержанїе *поддвойное подполутретное* (ſubdupla ſubſesquitertia).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 90. *Содержанїе суперпарцїенсъ* (ratio ſuperpartiens) есть, когда большое количество содержитъ въ себѣ меньшое однажды, и сверьхъ того многїя нѣсколькїя его части, кои всѣ вмѣстѣ взятыя, не составляютъ одной нѣсколькой части; и такое содержанїе въ особливости означается принятымъ за нарѣчїе именемъ превышающихъ частей, и ординальнымъ меньшаго члена. На пр. 5 : 3 будетъ содержанїе *суперпарцїенсъ двѣ трети* (ſuperbipartiens tertias); 8 : 5, *суперпарцїенсъ три пятыя доли* (ſupertripartiens quintas). *Содержанїе субсуперпарцїенсъ* (ratio ſubſuperpartiens) есть, когда меньшое количество относится къ большому. На пр. 3 : 5 будетъ *содержанїе субсуперпарцїенсъ двѣ трети* (ratio ſubſuperbipartiens tertias). На конецъ *содержанїе многочисленное суперпарцїенсъ* (ratio multiplex ſuperpartiens) есть, когда большое количество содержитъ сь себѣ меньшое нѣсколько разъ, и сверьхъ того многїя нѣсколькїя его части, кои, взяты будучи вмѣстѣ, не составляютъ одной нѣ-

сколь-

сколькой части. На пр. 8 : 4 будетъ содержанїе *двойное суперпарцїенсъ двѣ трети* (ratio dupla ſuperbipartiens tertias), и обратно 3 : 8, будетъ содержанїе *половинное субсуперпарцїенсъ двѣ трети* (ratio ſubdupla ſubſuperbipartiens tertias).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 91. Сообщено было въ опредѣленїи, что превышающїя части, вмѣстѣ взятыя, не должны составлять одну нѣсколькую часть меньшаго числа. Ибо, естьли оныя будутъ содержать въ себѣ одну такую часть, въ такомъ случаѣ содержанїе дѣленїемъ ея приводится, и бываетъ *суперпартикулярное*. На пр. содержанїе 9 : 6 не есть *суперпарцїенсъ три шестыя доли*; но, понеже лишекъ 3 есть нѣсколькая часть меньшаго количества, можно раздѣлить оба числа, какъ большое такъ и меньшое на сей лишекъ, понеже большое число содержитъ въ себѣ меньшое и разность (§. 52.), и раздѣливъ, произойдетъ содержанїе 3 : 2, которое равняется первому, какъ напослѣдокъ (§. 120.) сказано будетъ; откуда происходитъ содержанїе *суперпартикуляриое полуторное*. Изъ чего явствуетъ, что числа, имѣющїя общаго дѣлителя, помощїю сего, сперьва надлежитъ приводить въ простѣйшїя формулы, а по учиненїи того, налагать имя пропорцїи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 92. Но хотя содержанїе и можетъ означаться числами; однако, понеже сїи техническїя слова, для яснѣйшаго означенїя весьма приличныя, въ частомъ употребленїи находятся у художниковъ; того ради и заблагоразсуждено изъяснить оныя на семъ мѣстѣ. Пространнѣе изъясняетъ раздѣленїя пропорцїи Клавїй въ Коммент. къ Эвклид. кн. V. опред. 4 стран. 354 и слѣд. см. притомъ Барров. лекц. Матем. стран. 231.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 93. *Прогрессія* (progreſſio) есть порядокъ многихъ подобныхъ содержанїй. Есть, или *Ариѳметическая* (Arithmetica), въ которой

торой всѣ числа имѣютъ одинакую разность. На пр. 3. 5. 7. 9. и проч. или *Геометрическая* (Geometrica), въ которой всѣ числа имѣютъ одинакаго знаменателя, или указателя. Такая Прогрессія называется также *пропорціею Геометрическою* (proportio Geometrica), или *Аналогіею* (Analogia). На пр. 2. 4. 8. 16. и пр. Обѣ прогрессіи, какъ Ариѳметическая, такъ и Геометрическая, есть, или *непрерывная* (continua), или *раздѣльная* (diſcreta). Непрерывною называется, когда всѣ числа, въ порядкѣ другъ за другомъ слѣдующія, имѣютъ одинакую разность, или одинакаго знаменателя, какой примѣры уже объявлены. Раздѣльною жъ называется, когда однѣ только пары пропорціональныхъ чиселъ имѣютъ подобную разность, или одинакаго знаменателя. На пр. будетъ прогрессія Ариѳметическая раздѣльная, 2. 5. 4. 7. Ибо между средними числами 5 и 4 есть неодинакая разность. Прогрессія жъ Геометрическая раздѣльная есть 2 : 4 = 3 : 6, въ которой также среднія числа имѣютъ не одинакое содержаніе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 94. Въ прогрессіи Ариѳметической непрерывной всякое послѣдующее число происходитъ изъ сложенія разности съ предъидущимъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 95. Всякое число такой прогрессіи состоитъ изъ перваго, и разности столько разъ взятой, сколько ни есть всѣхъ ихъ въ порядкѣ, безъ единицы. На пр. въ прогрессіи 3. 5. 7. 9. третіе число состоитъ изъ двухъ разностей 2 + 2, и изъ перваго 3; четвертое жъ число содержитъ въ себѣ три разности и первое.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 96. Для означенія подобія содержанія чиселъ, продолжающихся въ Ариѳметической прогрессіи, между каждыми

дыми двумя ихЪ парами, по причинѣ равенства разности, пишется знакЪ равенства; а само содержанїе Ариѳметическое означается линѣечкою, такЪ какЪ знакомЪ вычитанїя, между числами поставленнымЪ. На пр. 5 — 3 = 9 — 7.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 97. ВЪ прогрессїи Геометрической, или вЪ пропорцїи непрерывной, всякое послѣдующее число происходитЪ изЪ умноженїя предЪидущаго на знаменатель содержанїя.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 98. Чего ради второе число есть произведенїе изЪ перваго на знаменатель содержанїя; третїе число есть произведенїе изЪ перваго на два знаменателя содержанїя; четвертое число есть также произведенїе изЪ перваго на три знаменателя содержанїя, и такЪ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 99. Понеже подобныя содержанїя имѣютЪ одинакой знаменатель (§. 84.); того ради между каждыми двумя парами подобныхЪ пропорцїональныхЪ чиселЪ правильно ставится знакЪ равенства, и пропорцїя четырехЪ пропорцїональныхЪ чиселЪ пишется такимЪ образомЪ: 2 : 4 = 3 : 6.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 100. Послѣ показанїя опредѣленїй, и первыхЪ истиннЪ, кои явствуютЪ изЪ оныхЪ, вЪ наукѣ о содержанїи, сверьхЪ прочаго памяти достойныхЪ, слѣдуетЪ изЪяснить главнѣйшїя обоихЪ содержанїй свойства, коихЪ польза простирается по всей Математикѣ.

ТЕОРЕМА V.

§. 101. *ВЪ Ариѳметической прогрессїи пропорцїональныхЪ чиселЪ, которая состоитЪ изЪ четырехЪ членовЪ, сумма перваго и послѣдняго равняется суммѣ среднихЪ, то есть, суммѣ втораго и третьяго.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже четвертое число происходитЪ изЪ сложенїя разности сЪ третьимЪ числомЪ (§. 94.);

(§. 94.); того ради сумма перваго и четвертаго содержитъ въ себѣ первое число, третїе и разность, такъ какъ части. Но второе число содержитъ въ себѣ первое и разность (§. 94.), и потому, приложивъ его къ третїему, происходитъ изъ того такая сумма, которая имѣетъ тѣже части, какїя и сумма крайнихъ; слѣдовательно обѣ суммы, поколику состоятъ изъ равныхъ частей, равны между собою (§. 29.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 102. Чего ради служитъ сїе предложенїе и въ такомъ случаѣ, когда четыре оныя числа будутъ состоять или въ непрерывной, или въ раздѣльной прогрессїи. Ибо въ доказательствѣ разсуждали мы только о происхожденїи втораго и четвертаго числа.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 103. Ежели въ непрерывной прогрессїи дано будетъ равноразнствующихъ членовъ больше, нежели четыре, числомъ равныхъ: то, въ такомъ случаѣ, сумма крайнихъ равняется суммѣ среднихъ, отъ крайнихъ въ равномъ разстоянїи находящихся. Ибо и въ разсужденїи сихъ чиселъ такое жъ употребляется доказательство, и показывается то, что суммы такимъ образомъ произшедшїя, составляются изъ одинакихъ частей. Пусть будутъ шесть членовъ 3. 5. 7. 9. 11. 13: то шестой членъ содержитъ въ себѣ пять разъ разность, и первой членъ (§. 94.), и придавъ къ тому первой членъ, сумма будетъ имѣть дважды первой членъ, и пять разностей. Также сложи второй членъ съ пятымъ. Понеже второй членъ содержитъ въ себѣ однажды разность, и первой членъ; а пятой членъ четырежды разность и первой членъ (§. 95.); того ради сумма втораго и пятаго состоитъ изъ перваго, дважды взятаго, и разности, пять разъ къ нимъ приданной. Что самое равнымъ образомъ справедливо и въ разсужденїи суммы третьяго и четвертаго.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 104. Ежели даны будутъ три только равноразнствующїя числа: то сумма перваго и третьяго равняется среднему, вдвое взятому. Ибо тоже доказательство, которое выше сего предложено, и здѣсь употребить

можно.

можно. Понеже второй членъ содержитъ въ себѣ однажды разность и первой членъ (§. 95.), онъ же будучи взятой дважды, содержитъ въ себѣ дважды разность и дважды первой членъ. Но третей членъ содержитъ въ себѣ дважды разносшь и первой членъ, и естьли наконецъ приданъ будетъ къ нему первой членъ то произойдетъ изъ того подобная сумма, содержащая въ себѣ дважды первой членъ и дважды разность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 105. И вообще, когда число сколькихъ ни будь количествъ, Ариѳметически пропорціональныхъ, будетъ неровное, сумма крайнихъ и среднихъ членовъ равняется среднему, вдвое взятому. Пусть будутъ пять чиселъ: то сумма перваго и пятаго состоитъ изъ перваго, дважды взятаго, и изъ четырехъ разностей; но третіе число, такъ какъ среднее, содержитъ въ себѣ дважды разность и первой членъ, и потому оное число, взятое вдвое, содержитъ въ себѣ дважды первой членъ и четырежды разность.

ЗАДАЧА X.

§. 106. Къ даннымъ тремъ числамъ, Ариѳметически пропорціональнымъ, найти четпертое число.

РѢШЕНІЕ.

Сложи два послѣдніе, изъ суммы ихъ вычти первой членъ, остатокъ будетъ искомое четвертое число. Справедливость сего явствуетъ изъ предъидущей теоремы (§. 101.).

ЗАДАЧА XI.

§. 107. Къ даннымъ двумъ крайнимъ числамъ, состоящимъ въ порядкѣ трехъ Ариѳметически пропорціональныхъ чиселъ, то есть, къ первому и послѣднему, найти среднее число.

РѢШЕНІЕ.

Возьми половину изъ суммы крайнихъ чиселъ, которая покажетъ искомое среднее число (§. 104.).

ЗАДА-

ЗАДАЧА XII.

§. 108. *Данъ перпой членъ и разность; найти какое нибудь число прогрессіи Ариѳметической.*

РѢШЕНІЕ.

Умножь разность на данное число членовъ, безъ единицы, къ произведенію придай первой членъ, сумма будетъ искомое число (§. 95.).

ЗАДАЧА XIII.

§. 109. *Сложить пъ одну сумму числа, состоящія пъ порядкѣ Ариѳметически пропорціональныхъ чиселъ.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже суммы крайнихъ и среднихъ членовъ равны между собою (§. 103.), и такихъ суммъ во всякомъ порядкѣ можетъ сложено быть столько, сколько половинное число количествъ позволяетъ; того ради сумму перваго и послѣдняго надлежитъ умножить на половину числа членовъ всей прогрессіи, произведеніе покажетъ сумму всѣхъ членовъ.

ТЕОРЕМА VI.

§. 210. *Въ пропорціи непрерыпной, или раздѣльной, состоящей изъ четырехъ чиселъ, произпеденіе крайнихъ членопъ, то есть, перпаго и птораго, рапняется произпеденію среднихъ, то есть, птораго и третьяго.*

 ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Справедливость сего предложенія явствуетъ изъ слѣдующаго: понеже подобные, или одинакіе множители производятъ одинакія произведенія (§. 58.). А въ умноженіи крайнихъ и среднихъ пропорціональныхъ чиселъ находятся одинакіе множители, понеже четвертой членъ происходитъ изъ умноженія знаменателя на третей членъ (§. 97.); того ради произведеніе изъ перваго и четвертаго произошло изъ множителей, перваго, третьяго члена и знаменателя, самыхъ на себя умноженныхъ. И понеже второй членъ происходитъ изъ умноженія перваго на знаменатель содержанія (§. 97.): то, естьли третей членъ умножится на второй, произведеніе изъ того будетъ имѣть множителей подобныхъ первымъ, то есть, первой членъ, знаменатель содержанія и третей членъ; слѣдовательно оба произведенія крайнихъ и среднихъ равны между собою. Но понеже въ семъ доказательствѣ отношеніе втораго къ третьему не принимается въ разсужденіе: то явствуетъ, что сіе свойство есть общее какъ непрерывной, такъ и раздѣльной пропорціи. На пр. 2 : 4 = 8 : 16; слѣдовательно 2. 16 = 4. 8 = 32; или, въ раздѣльной пропорціи 2 : 4 = 3 : 6, есть 2. 6 = 4. 3 = 12.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 111. Ежели будутъ даны три только пропорціональныя числа: то среднее число относится къ обоимъ крайнимъ, и имѣетъ двоякое отношеніе, къ первому и

третьему;

третьему; чего ради оно за дважды данное принято быть можетъ, и тогда произведенїе крайнихъ равняется произведенїю средняго, самого на себя умноженнаго, то есть, квадрату того числа (§. 151.). На пр. 2. 4. 8. или, 2 : 4 = 4 : 8, и 2. 8 = 4. 4 = 16.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 112. Но естьли въ какихъ нибудь четырехъ числахъ произведенїе крайнихъ равняется произведенїю среднихъ: то тѣ числа суть Геометрически пропорцїональныя, понеже о сихъ только доказано было сное свойство. Чего ради, естьли среднїя числа перемѣшаются, и третей членъ на мѣсто втораго, а второй на мѣсто третьяго поставится, понеже произведенїе ихъ тоже будетъ; слѣдуетъ, что въ четырехъ пропорцїональныхъ числахъ, также *переложенное, или перемѣшенное содержанїе* (alternata vel permutata ratio) перваго къ третьему, и втораго къ четвертому имѣетъ мѣсто. На пр. въ пропорцїи 2 : 4 = 6 : 12, служитъ слѣдующее переложенїе среднихъ, или *перемѣшенное содержанїе* 2 : 6 = 4 : 12.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 113. 1. Сверьхъ того, ежели два пропорцїональныя числа какой пропорцїи то, есть, предъидущей и послѣдующей членъ сложатся въ одну сумму, и будутъ относиться къ предъидущему, или послѣдующему, тогда бываетъ пропорцїя, въ разсуденїи сложенїя, *сложенная* (composita), поколику въ которой произведенїе крайнихъ и среднихъ остается не перемѣшанное. На пр. 2 : 4 = 6 : 12, будетъ *сложенная пропорцїя* 2 + 4 : 2 = 6 + 12 : 6, также 2 : 2 + 4 = 6 : 6 + 12, и 2 + 4 : 4 = 6 + 12 : 12, или, 6 : 4 = 18 : 12, въ которой 6. 12 = 4. 18 = 72.

2. Также, ежели два предъидущїе и два послѣдующїе члена будутъ сложены въ одну сумму, явствуетъ, что и сїи суммы имѣютъ такоежъ содержанїе, какое было между предъидущимъ и послѣдующимъ; поколику произведенїе крайнихъ и среднихъ тоже выходитъ. Равномѣрно, ежели и множайшихъ подобныхъ содержанїй предъидущїе и послѣдующїе члены сложатся въ одну сумму, происходятъ изъ того такїя суммы, которыя содержатся между собою такъ, какъ всякой предъидущей членъ къ своему послѣдующему. И обратно, естьли предъидущей членъ будетъ вычтенъ изъ предъидущаго, и

послѣдующей изъ послѣдующаго, остатки ихъ имѣютъ первое содержанїе.

ПРИБАВЛЕНIЕ 4.

§. 114. Наконецъ, естьли порядокъ непрерывно пропорцїональныхъ чиселъ продолжится далѣе, равнымъ образомъ, какъ и въ предъидущей теоремѣ, покаказать можно, что произведенїе крайнихъ равняется произведенїю всякихъ среднихъ, или квадрату средняго, ежели число членовъ будетъ неровное. Пусть будетъ дано пять членовъ 2.4.8.16.32. Пятой членъ произошелъ изъ четырежды взятаго знаменателя на первой членъ (§. 98.); слѣдовательно, умноживъ его опять на первой членъ, произведенїе будетъ имѣть множителей, четыре знаменателя и два первые члена. Четвертой происходитъ изъ трижды взятаго знаменателя на первой членъ, а второй есть произведенїе изъ перваго и знаменателя содержанїя (§. 98.); чего ради произведенїе втораго и четвертаго, такъ какъ среднихъ членовъ, имѣетъ также множителей, четыре раза знаменатель, и дважды первой членъ, и сїе произведенїе равно первому (§. 58.); и третей членъ, произшедшей изъ дважды взятаго знаменателя на первой, естьли умножится самъ на себя, произведенїе будетъ имѣть множителей, четыре знаменателя и два первые члена, и потому оно точно равняется первымъ произведенїямъ.

ЗАДАЧА XIV.

§. 115. Къ даннымъ тремъ перпымъ пропорцїональнымъ числамъ найти четпертое число.

РѢШЕНIЕ.

Два послѣднїя числа взаимно умножь между собою, произведенїе раздѣли на первой членъ, частное число покажетъ искомое четвертое число.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже два послѣднїя числа, состоящїя между первымъ и искомымъ четвертымъ,

сутъ

суть среднія, коихъ произведеніе равняется произведенію изъ перваго на четвертое (§. 110.), и понеже раздѣливъ, происходитъ такое частное число, которое, будучи умножено на дѣлителя, производитъ дѣлимое (§. 66.); того ради слѣдуетъ, что оное частное число есть искомое четвертое пропорціональное число.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 116. Обратно, къ даннымъ тремъ послѣднимъ пропорціональнымъ числамъ находится первое, естьли два данныя первыя числа, которыя въ такомъ случаѣ почитаются за среднія между третьимъ и искомымъ первымъ, будутъ умножены взаимно между собою, и произведеніе раздѣлится на третіе число.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 117. Сіи два правила, помощію которыхъ изъ трехъ пропорціональныхъ чиселъ находится четвертое, или первое число, для великой пользы, *золотыми*, также *тройными правилами* называются. И первое изъ оныхъ, когда изъ трехъ данныхъ первыхъ чиселъ находится четвертое, *прямымъ* (Directa), а другое, когда изъ трехъ данныхъ послѣднихъ чиселъ находится первое, *возвратительнымъ*, или *обратнымъ* (Reciproca, vel inuerſa) называется. О употребленіи которыхъ, при рѣшеніи разныхъ задачъ, ниже сего въ особливой главѣ изъяснено будетъ пространнѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 118. Когда даны два крайнія числа, и требуется найти среднее число: то въ такомъ случаѣ произведеніе крайнихъ должно рѣшить чрезъ дѣленіе такимъ образомъ, чтобъ произошло изъ того такое число, которое бы, будучи умножено само на себя, равнялось произведенію крайнихъ. Но для сей практики надлежитъ знать извлеченіе квадратнаго радикса, о чемъ ниже сего глав. V. (§. 154.) сказано будетъ.

ТЕОРЕМА VII.

§. 119. *Произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одинакое число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ множимыя пропорціональныя числа 3 : 6. Когда множитель 4 умножится на первое число 3: то будетъ единица къ множителю 4 содержаться такъ, какъ множимое число 3 къ произведенію 12; равнымъ образомъ, когда множитель 4 умножится на другое число 6: то единица къ множителю 4 будетъ содержаться такъ, какъ множимое число 6 къ произведенію 24 (§. 57.). Но содержаніе единицы къ одному томужъ множителю всегда себѣ подобно, или равно: слѣдовательно и прочія содержанія 3 : 12 и 6 : 24 будутъ подобны (§. 24.). И какъ извѣстно, что въ подобныхъ содержаніяхъ можно употребить перемѣненіе, или преложеніе членовъ (§. 112.); то будетъ 3 : 6 = 12 : 24, или произведенія пропорціональныхъ чиселъ, на одинакое число умноженныхъ, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое первыя данныя числа.

ТЕОРЕМА VIII.

§. 120. *Частныя числа пропорціональныхъ чиселъ, на одно тоже число*

сло раздѣленныхъ, имѣютъ одинакое содержаніе съ перпыми данными числами.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ дѣлимыя пропорціональныя числа 12 : 24 на одно тоже число 4: то въ обоихъ случаяхъ, единица къ дѣлителю содержится такъ, какъ частное число къ дѣлимому (§. 64.), изъ чего происходятъ слѣдующія пропорціи:

1 : 4 = 3 : 12
1 : 4 = 6 : 24

и понеже единица къ одному томужъ дѣлителю имѣетъ всегда одинакое содержаніе: то будетъ (§. 24.) 3 : 12 = 6 : 24, или чрезъ членъ (§. 112.)

3 : 6 = 12 : 24. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 121. Не многія предложенія, о которыхъ теперь предложено, изъ наиполезнѣйшей главы о пропорціяхъ, вопервыхъ достойны примѣчанія, понеже на нихъ утверждаются и прочія сего рода истинны; больше жъ о томъ ниже сего, помещію всеобщей Ариѳметики, въ Аналитической наукѣ, пристойнѣе и короче доказано будетъ.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О *ЛОМАНЫХЪ ЧИСЛАХЪ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 122.

Ломаное число (Numerus fractus) есть часть цѣлаго, или единицы, представляющей нѣкое цѣлое, состоящее изъ извѣстнаго числа частей. На пр. ежели цѣлое имѣетъ пять частей, и изъ оныхъ взята будетъ одна часть, или больше: то число, означающее оную часть, называется *ломанымъ*, также *дробью* (Fractio). Но правильнѣе бы называлось *частью*, или *долею цѣлаго* (pars integri).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 123. Дробь изображается двумя числами, отдѣленными между собою линѣею, изъ которыхъ верьхнее опредѣляетъ самую часть цѣлаго, и называется *числитель* (numerator), а нижнее означаетъ всѣ части цѣлаго, и называется *знаменатель* (denominator). На пр. $\frac{3}{5}$ значитъ три части цѣлаго, которое имѣетъ пять частей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 124. И такъ количество дроби состоитъ въ содержаніи числителя къ знаменателю, и чѣмъ больше единицъ знаменателя содержитъ въ себѣ числитель, тѣмъ больше дробь бываетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 125. Для тойже причины, какъ увеличишь знаменателя чрезъ умноженіе, и подпишешь подъ него тогожъ числителя, дробь уменьшается. То есть, ежели умно-

жишь

жишь знаменателя на 2: то дробь будетъ взята половинная; понеже знаменатель вдвое больше; содержитъ въ себѣ и числителя вдвое больше. Равнымъ образомъ, ежели знаменатель трижды, или четырежды, чрезъ умноженїе самъ съ собою будетъ сложенъ: то происходитъ изъ того третья и четвертая часть дроби. Или, половинная, третья, и проч. часть дроби берется, умножая знаменателя на 2, на 3 и проч.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 126. Но не перемѣняя знаменателя, когда части прикладываются къ числителю, дробь увеличивается.

ПРИБАВЛЕНIЕ 4.

§. 127. Ежели случится то, что сумма единицъ въ числителѣ будетъ больше знаменателя: то такая дробь будетъ больше цѣлаго, какая обыкновенно называется *неправильною* (impropria).

ПРИБАВЛЕНIЕ 5.

§. 128. Когда жъ числителя и знаменателя умножишь, или раздѣлишь на одно число, понеже содержанїе чиселъ не перемѣняется (§. 119. 120.): то и дробь не перемѣняется, но имѣетъ тоже точно количество.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXVII.

§. 129. *Чистая дробь* (fractio pura), какая до сихъ мѣстъ описывана, есть, которая имѣетъ числителя и знаменателя; *смѣшенная* жъ (mixta) есть, при которой находится цѣлое. На пр. $2\frac{3}{5}$.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXVIII.

§. 130. *Приведенїе дробей* (reductio fractionum) называется всякая такая практика, чрезъ которую видъ дробей перемѣняется, чтобъ удобнѣе можно было разумѣть количество и знаменованїе оныхъ. На пр. ежели большїя числа приведены будутъ въ меньшїя, или знаменатель дроби сравнится съ другимъ извѣстнѣйшимъ, или изъ разныхъ знаменателей произведенъ будетъ одинъ общей.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 131. *Самая больщая общая мѣра дроби* (communis menſura maxima fractionis) есть самой большой дѣлитель обоихъ чиселъ, помощію котораго, оныя числа приводятся въ самыя меньшія, равныя первымъ.

ЗАДАЧА XV.

§. 132. *Найти самую больщую общую мѣру двухъ чиселъ дроби.*

РѢШЕНІЕ.

1. Большое число раздѣли на меньшое, и меньшое на остатокъ.
2. Ежели во второмъ дѣленіи что нибудь еще останется: то предъидущаго дѣлителя раздѣли на сей остатокъ, и такое дѣйствіе далѣе продолжай до тѣхъ поръ, пока не дойдешь до такого числа, которое раздѣляетъ меньшое послѣднее число безъ остатка, и послѣдней сей дѣлитель, которой не оставляетъ никакого остатка, будетъ самая большая мѣра двухъ чиселъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели послѣдней дѣлитель содержится безъ остатка въ остаточномъ дѣлимомъ числѣ: то онъ будетъ также мѣрою и предъидущихъ чиселъ, то есть, большаго и меньшаго числа, которыя разнствуютъ между собою тѣмъ остаткомъ, потому что въ большомъ числѣ содержится меньшое съ остаткомъ (§. 32.). На пр. дана дробь $\frac{16}{72}$, въ которой 72 раздѣливъ на 16, останется 8; но меньшое число 16 раздѣливъ на 8, ничего не остается, и потому число 8, какъ на оное

оба

оба числа раздѣляются безъ остатка, будетъ общая мѣра обоихъ чиселъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 133. Чего ради, когда будетъ дана такая дробь, коей числитель и знаменатель суть большія числа: то оныя, чрезъ дѣленіе самой большей общей мѣры, приводятся въ меньшія числа, равныя первымъ (§. 128.). Но въ меньшихъ числахъ, въ коихъ общія мѣры, хотя не самыя большія, токмо скоро находятся, справедливо оставляются тѣ обстоятельства, кои наблюдаются при сыскиваніи самой большей мѣры.

ЗАДАЧА XVI.

§. 134. *Привести неправильныя дроби въ цѣлыя, или въ смѣшенныя дроби.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже числитель неправильной дроби есть больше знаменателя (§. 127.); того ради числитель ея дѣлится на знаменателя, частное число покажетъ, сколько разъ неправильная дробь содержитъ въ себѣ цѣлое (§. 63.). Естьли жъ что сверьхъ того останется: то оное приписывается къ цѣлому, на подобіе дроби, и производится изъ того искомая смѣшенная дробь. На пр. $\frac{13}{4}$ содержитъ въ себѣ 3 и $\frac{1}{4}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 135. Обратно, данная смѣшенная дробь превращается въ чистую, когда цѣлыя, находящіяся при дроби, умножаются на знаменателя, къ произведенію придается числитель, и подъ суммою подписывается знаменатель.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 136. И цѣлыя принимаютъ видъ чистой дроби, когда подъ оныя, проведши линѣю, подписывается единица. На пр. $\frac{3}{1}$ суть три цѣлыя.

ЗАДАЧА XVII.

§. 137. *Двѣ дроби, или больше, имѣющія разныхъ знаменателей, привести въ равныя, имѣющія одинакаго знаменателя.*

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. *Ежели дано будетъ привести двѣ дроби*: то знаменатель каждой дроби умножается на числителя и знаменателя другой, такимъ образомъ произойдутъ равныя дроби (§. 128.), имѣющія одинакаго знаменателя; понеже нижнія числа, то есть, знаменатели, будучи сами на себя умножены дважды, неотмѣнно должны произвести равныя произведенія (§. 58.). На пр. $\frac{3}{5}\ \frac{2}{3} = \frac{9}{15}\ \frac{10}{15}$.

Случай 2. *Ежели дано будетъ привести больше дробей*: то,

1. Умножаются всѣ знаменатели взаимно сами на себя, произведеніе изъ того будетъ общей дѣлитель.
2. Сей дѣлитель дѣлится на всѣ знаменатели дробей, и частныя числа умножаются на соотвѣтствующіе числители, произведенія изъ того покажутъ числителей, кои, будучи поставлены надъ общимъ знаменателемъ, производятъ дроби равныя даннымъ, одинакаго знаменованія. На пр. дробей $\frac{4}{7}\ \frac{3}{5}\ \frac{2}{3}$ будетъ общей знаменатель 105, коего $\frac{1}{7} = 15$ $\frac{1}{5} = 21$ и $\frac{1}{3} = 35$; чего ради $\frac{4}{7} = \frac{60}{105}$ и $\frac{3}{5} = \frac{63}{105}$ и $\frac{2}{3} = \frac{70}{105}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Основанія рѣшенія, въ разсужденіи перваго случая, выше сего уже показаны; во второмъ же случаѣ явствуетъ то, что, чрезъ дѣленіе общаго дѣлителя, находятся такія частныя числа, коихъ произведенія на подобнаго числителя, къ общему знаменателю имѣютъ такое содержаніе, какое первые чи-

слители имѣли къ своимъ знаменателямъ. Ибо нѣсколькую часть, чрезъ дѣленіе каждаго знаменателя найденную, беру столькоразъ, сколько единицъ находится въ числителѣ. На пр. понеже $\frac{1}{7} = \frac{15}{105}$. то будутъ $\frac{4}{7}$ вчетверо больше $\frac{60}{105}$. И потому найденныя такимъ образомъ дроби равны первымъ (§. 124.), и притомъ имѣютъ одинакое знаменованіе.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 138. Когда дроби имѣютъ одинакихъ знаменателей, тогда онѣ содержатся между собою, какъ числители. На пр. $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ имѣютъ содержаніе 2 : 4 половинное.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 139. *Сложить ломаныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Ежели данныя ломаныя числа имѣютъ одинакихъ знаменателей: то одни только числители, поколику они означаютъ части цѣлаго (§. 123.), складываются, и подъ суммою ихъ подписывается общей знаменатель (§. 126.).
2. Ежели жъ данныя ломаныя числа будутъ имѣть разныхъ знаменателей: то оныя сперьва приводятся къ одинакому знаменателю (§. 137.), а потомъ складываюся ихъ числители. На пр. $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

ПРИВАВЛЕНІЕ.

§. 140. Когда цѣлыя съ дробьми, или дроби съ цѣлыми складываются, тогда происходитъ изъ того смѣшенная дробь, о которой выше сего сказано (§. 129. 134.).

ЗАДАЧА XIX.

§. 141. *Вычесть между собою ломаныя числа.*

РѢШЕНІЕ.

Также приводятся дроби къ одинакому знаменованію (§. 137.), ежели не имѣютъ онаго; потомъ числитель меньшей дроби

вычитается изъ числителя большей, и подъ остаткомъ подписывается общей дѣлитель. На пр. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 142. Когда надлежитъ вычитать дроби изъ цѣлыхъ чиселъ, тогда цѣлое число, или, ежели оно содержитъ въ себѣ многїя единицы, одна токмо единица отъ онаго отнятая, приводится сперьва къ такому знаменателю, какое имѣетъ дробь (§. 135.), и потомъ дѣлается вычитанїе. На пр. изъ 1 надлежитъ вычесть дробь $\frac{2}{3}$: то будетъ $1 = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

ЗАДАЧА XX.

§. 143. *Умножить ломаныя числа съ цѣлыми, и между собою.*

РѢШЕНІЕ.

1. Данныя цѣлыя числа умножаются на числителя дроби, (ибо она подлинно есть такая часть, которую надлежитъ складывать саму съ собою столько разъ, сколько единицъ находится въ множителѣ) (§. 123.), и подъ произведенїемъ подписывается знаменатель, безъ перемѣны. На пр. $\frac{2}{3}$ умноживъ на 5, будетъ произведенїе $\frac{10}{3}$.

1. Въ чистыхъже дробяхъ умножается числитель на числителя, и знаменатель на знаменателя, и оное произведенїе за числителя, а сїе за знаменателя произведенной дроби принимается. На пр. $\frac{2}{3} \frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (§. 128.).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Послѣдняя часть рѣшенїя доказывается такимъ образомъ: умноживъ знаменателя, непремѣняя числителя, дробь уменьшается (§. 125.), или берется такая ея часть, какую означаетъ содержанїе единицы къ множителю. На пр. дроби $\frac{2}{3}$ нижнее число 3, будучи

умно-

умножено на 4, производитъ $\frac{2}{12}$, или четвертую часть первой дроби. Но ежели и числитель дроби умножится на числителя: то будетъ взято столько частей, сколько единицъ содержитъ въ себѣ числитель множителя. На пр. $\frac{2}{12}$, будучи умножены на 2, производятъ вдвое больше $\frac{4}{12}$, и потому умноженіе здѣлано было правильно (§. 57.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 144. Понеже чрезъ умноженіе дроби, не таже самая дробь складывается сама съ собою нѣсколько разъ, но токмо берется такая ея часть, какую означаетъ умножающая дробь, по чему и неудивительно, что производится дробь меньше первой. Когда жъ дробь будетъ неправильная, содержащая въ себѣ цѣлое число однажды, или нѣсколько разъ, тогда и произведеніе бываетъ больше множимаго.

ЗАДАЧА XXI.

§. 145. *Дѣлить дроби на дроби.*

РѢШЕНІЕ.

Обороти дробь дѣлителя, и противоположенныя верьхнія и нижнія числа умножь между собою, произведеніе, на подобіе дроби написанное, будетъ представлять частное число. На пр. $\frac{2}{3}$ должно раздѣлить на $\frac{2}{6}$, оборотивъ дѣлителя $\frac{2}{3}\frac{6}{2}$, произведеніе $\frac{12}{6} = 2$ показываетъ, что дѣлитель содержится въ дѣлимовъ числѣ дважды.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ дѣленіе находится содержаніе количествъ, сколько разъ меньшое содержится въ большомъ, (§. 63.), и такое содержаніе познается, когда числители дробей, имѣющимъ одинакаго знаменателя, безъ того знаменателя, сравниваются между собою (§. 138.); но ежели дробей, одну изъ нихъ оборо-

оборотивъ, противоположенныя верьхнія и нижнія числа умножаются между собою: то происходятъ изъ того числители дробей, имѣющихъ одинакаго знаменателя, поколику находятся оные, чрезъ умноженіе числителя одной дроби на знаменателя другой (§. 137. нум. 1.). И потому никакого нѣтъ сомнительства, что оборотивъ сперьва дѣлителя, послѣ того произведенія противоположенныхъ чиселъ показываютъ содержаніе двухъ дробей (§. 80.), или частное число.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 146. Когда надлежитъ раздѣлить цѣлое число. Понеже цѣлыя, подписавъ подъ оныя единицу, принимаютъ видъ дроби (§. 136.), и ежели дробь дѣлящая оборотится: то знаменатель ея, которой на данное цѣлое число умноживъ, и подписавъ подъ него числителя, будетъ показывать частное число. На пр. 6 должно раздѣл. на $\frac{1}{2}$, то есть, $\frac{6}{1}\frac{2}{1} = \frac{12}{1} = 12$, то есть, половина въ шести цѣлыхъ числахъ содержится двенатцать разъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 147. Также удивляться не должно, что частное число въ семъ дѣленіи происходитъ больше дѣлимаго; понеже спрашивается здѣсь содержаніе дробей между собою, и съ цѣлыми числами сравненныхъ (§. 80.). Ибо, когда ни содержится дробь въ другой дроби однажды, или нѣсколько разъ, частное число должно изображаться неправильною дробью, которая означаетъ одно цѣлое, или больше (§. 127.)

ЗАДАЧА XXII.

§. 148. *Привести всякую дробь въ соотвѣтствующую другой, коей знаменатель данъ.*

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже тѣ дроби равны между собою, коихъ числители къ своимъ знаменателямъ имѣютъ подобное содержаніе (§. 124.). А какъ числитель и знаменатель, и слѣдовательно обоихъ ихъ содержаніе извѣстно:

то, для даннаго знаменателя, найдется соотвѣтствующей въ подобномъ содержанїи числитель, по тройному правилу (§. 115.). Ибо служитъ здѣсь слѣдующая пропорцїя: какъ знаменатель дроби къ своему числителю, такъ данной знаменатель содержится къ соотвѣтствующему своему числителю. Чего ради данной знаменатель умножается на числителя дроби, а произведенїе изъ того дѣлится на знаменателя ея, частное число покажетъ числителя, которой надлежитъ поставить надъ знаменателемъ. На пр. пусть будетъ дробь $\frac{2}{3}$, требуется найти ей равную дробь, коей знаменатель уже данъ 24: то располагаются члены такимъ образомъ:

$$3:2=24:16$$

слѣдоват. $\frac{2}{3}=\frac{16}{24}$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 149. Чего ради, помощїю сего способа, всякая малая дробь, коей знаменатель изображаетъ цѣлое, необыкновенно раздѣленное, можетъ сравнена быть съ частью такого цѣлаго, коего раздѣленїе вообще принято другое. На пр. ежели даны будутъ $\frac{4}{15}$ либр. которая раздѣляется на 12 унц. то по предъидущему правилу будетъ $12.4=48$, и $48:15=3\frac{3}{15}$, или $3+\frac{1}{5}$ дающъ знаменованїе дроби.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 150. Нѣтъ нужды разсуждать специїально о дробяхъ дробей, потому что, умноживъ ломаныя числа взаимно между собою, происходятъ изъ того простыя дроби, о которыхъ довольно изъяснено. На пр. ежели должно будетъ взять $\frac{2}{6}$ изъ $\frac{4}{8}$: то произведенїе $\frac{8}{48}$, или $\frac{1}{6}$ показываетъ искомую частицу, то есть, $\frac{1}{6}$ есть третья часть половины.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О *ИЗВЛЕЧЕНІИ КВАДРАТНЫХЪ И КУБИЧЕСКИХЪ РАДИКСОВЪ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 151.

Квадратное число (numerus quadratus) есть, которое происходитъ изъ умноженія всякаго числа самого на себя. *Радиксъ* (radix) квадратной есть самое то число, которое, будучи умножено само на себя, производитъ квадратъ. Квадраты девяти единицъ изображаетъ слѣдующая таблица.

радиксы	1	2	3	4	5	6	7	8	9
квадраты	1	4	9	16	25	36	49	64	81

ТЕОРЕМА IX.

§. 152. *Квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радиксовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже квадраты происходятъ изъ умноженія чиселъ самихъ на себя; того ради, ежели два пропорціональныя числа 2 : 4 взяты будутъ вмѣсто радиксовъ, явствуетъ, что въ пропорціи, изъ такихъ пропорціональныхъ чиселъ, дважды поставленныхъ, состоящей 2 : 4 = 2 : 4, для произведенія квадратовъ,

ратовъ, умножаются между собою два предъидущія и два послѣдующія числа, и произшедшія изъ того два произведенія имѣютъ удвоенное содержаніе предъидущаго къ послѣдующему (§. 87.); слѣдовательно квадраты имѣютъ удвоенное содержаніе своихъ радиксовъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 153. *Извлеченіе квадратнаго радикса* (extractio radicis quadratae) есть способъ находить квадратной радиксъ изъ даннаго квадратнаго числа.

ЗАДАЧА XXIII.

§. 154. *Извлечь квадратной радиксъ изъ даннаго числа.*

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли данное число на классы, начиная отъ правой руки, и для каждаго класса опредѣли по два знака.
2. Изъ послѣдняго класса, къ лѣвой рукѣ, вычти квадратъ равной, или ближайше меньшой (§. 151.), остатокъ подпиши подъ лѣвымъ классомъ, а радиксъ поставь за линѣею, вмѣсто частнаго числа.
3. Удвой найденной радиксъ, и удвоеннаго его, такъ какъ новаго дѣлителя, напиши подъ лѣвымъ знакомъ слѣдующаго класса, и ежели удвоенной радиксъ будетъ состоять изъ многихъ знаковъ: то прочіе его знаки, далѣе къ лѣвой рукѣ, ставь подъ числами, которыя надлежитъ рѣшить.
4. Потомъ спрашивай, сколько разъ новой дѣлитель содержится въ рѣшимомъ коли-

чествѣ, и частное число поставь подлѣ перваго, также перенеси его на порожнее мѣсто того класса, которой подъ руками, то есть, подъ правой знакъ.

5. Произведенїе сего дѣлителя на новое частное число, вычти изъ рѣшимаго числа̀, и остатокъ, ежели какой будетъ, замѣть подъ линѣею.

6. Показанное дѣйствїе (нум. 3. 4. 5.) повторяй столько разъ, сколько классовъ рѣшимаго числа̀ сверьхъ того остается, и рѣшенїе, или извлеченїе, продолжай до тѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.

7. Ежели, по окончанїи сего дѣленїя, что нибудь останется отъ рѣшимаго числа̀: то хотя и никогда не можно найти совершеннаго радикса; однако могутъ еще найдены быть десятичныя дроби, помощїю которыхъ, можно ближайше подойти къ истинному количеству радикса. То есть, придаются къ оставшемуся числу, одинъ классъ, два класса, или больше, имѣющїя по два нуля, и продолжается первая практика извлеченїя. Ибо, по приложенїи одного класса нулей, находятся остаточныя десятыя части, помощїю жъ другаго класса нулей, дѣлаются извѣстными сотыя части, и такъ далѣе, тысячныя и малѣйшїя, ежели угодно, сыскиваются части.

ПРИ-

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 1.

```
           40|96 ( 64
квадратъ   36|
           ----------
            4|96
            1|24
             |  4
           ----------
            4|96
           ----------
            0|00
```

ПРИМѢРЪ СЛУЧ. 2

```
     7|59 ( 27 5/10
     4|
   -------
     3|59
     3|47
      |  7
   -------
     4|29
   -------
      |30|00
          5|45
           |  5
        -------
         27|25
        -------
          2|75
```

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 155. Радиксъ такого числа, которое не квадратное, называется *глухимъ* (surda), или *ирраціональнымъ* (irrationalis), потому что не можно выговорить и изобразить его въ цѣлыхъ числахъ, или понеже содержаніе его къ единицѣ есть не выговариваемое, и такой радиксъ единицѣ есть *несоизмѣримой*. Между тѣмъ учитъ насъ Геометрія, какимъ образомъ ирраціональной радиксъ можетъ изображенъ быть линѣею. См. ниже (§. 196. Геом.) Доказательство жъ на правила извлеченія квадрат-

наго и кубическаго радикса, ниже въ Аналитикѣ показано будетъ. Между тѣмъ справедливость правилъ можетъ изъяснена быть повѣренїемъ примѣровъ. То есть, практика за правильно здѣланную почитается тогда, ежели, по умноженїи частнаго числа, и по придачѣ къ нему остатка, какой, можетъ быть, находится, произойдетъ то количество, изъ котораго извлеченъ былъ радиксъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 156. *Кубическое число* (numerus cubicus) есть, которое происходитъ изъ умноженїя квадрата на радиксъ, и *изплеченїе кубическаго радикса* (extracto radicis cubicae) есть способъ находить тотъже самой радиксъ изъ даннаго куба. Кубы девяти первыхъ единицъ суть слѣдующїе.

радик.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
кубы	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ТЕОРЕМА X.

§. 157. *Кубы имѣютъ утроенное содержанїе своихъ радиксовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, взявъ два радикса 2:4 вмѣсто пропорцїональныхъ чиселъ, для произведенїя куба должны умножены быть три радикса, (§. 156.); того ради слѣдуетъ, что и въ такомъ случаѣ, три пропорцїональные предъидущїе, и три послѣдующїе равные члены 2:4 = 2:4 = 2:4

═ 2 : 4 производятъ кубы. Но произведенїя трехъ предъидущихъ и трехъ послѣдующихъ членовъ имѣютъ утроенное содержанїе предъидущаго къ послѣдующему (§. 86.); слѣдовательно кубы имѣютъ утроенное содержанїе своихъ радиксовъ.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 158. *Извлечь кубической радиксъ изъ даннаго числа.*

РѢШЕНIЕ.

1. Раздѣли данное число на классы, начиная отъ правой руки, и для каждаго класса опредѣли по три знака.

2. Изъ послѣдняго лѣваго класса вычти кубъ или равной, или ближайше меньшой, которой надлежитъ взять изъ вышепредложенной таблицы, остатокъ поставь подъ тѣмъ же лѣвымъ классомъ, а радиксъ напиши за линѣею. Но такая практика въ томъже примѣрѣ не повторяется.

3. Потомъ частное число, или радиксъ, втрое взятой, умножь на самой радиксъ.

4. Подъ правымъ знакомъ слѣдующаго класса поставь единицу, подъ среднимъ частное число, трижды взятое, а подъ третьимъ напиши произведенїе изъ частнаго числа самого на себя взятаго, и потомъ умноженнаго на три, или новой дѣлитель.

5. Сїи внизу подписанныя числа, имѣя вмѣсто дѣлителей, спрашивай, сколько разъ

они могутъ вычтены быть изъ верьхнихъ (однако надлежитъ здѣсь имѣть разсужденіе о слѣдующихъ произведеніяхъ, и о суммѣ, изъ оныхъ слагаемой), найденное частное число поставь подлѣ перваго за линѣею.

6. Новое частное число также напиши на лѣвомъ мѣстѣ, съ стороны произведенія изъ перваго частнаго числа самого на себя умноженнаго и взятаго трижды; надъ новымъ частнымъ числомъ поставь квадратъ его, съ стороны трижды взятаго перваго частнаго числа; наконецъ надъ квадратомъ поставь кубъ новаго частнаго числа, съ стороны единицы.

7. Противоположенныя числа умножь взаимно между собою, и произведенія изъ того сложи, сумму вычти изъ знаковъ, находящихся надъ кубомъ, а остатокъ напиши подъ линѣею.

8. Къ остатку снеси слѣдующей классъ, что отъ правой руки, и подобное дѣйствіе продолжай до тѣхъ поръ, пока не будетъ кончено.

9. Ежели, послѣ рѣшенія всѣхъ классовъ, сверьхъ того останется какой остатокъ: то оной хотя и показываетъ, что данное число есть не кубическое, и точнаго радикса изъ него извлечь не можно; однако, ежели за благоразсудится, придай къ оному остатку одинъ, или больше классовъ,

совъ, имѣющихъ по три нуля, и продолжая по прежнему извлеченїе, найди десятичныя дроби, которыя бы точнѣе опредѣляли частное число. На пр.

157	464 (54	
125		
32	464	
кубъ 64	1	
квадратъ 16	15	трижд. взят.
радиксъ 4 7	5	произв.
30	0	
2	40	
	64	
32	464	
00	000	

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 159. И сей практики дѣлается повѣрка: возьми кубъ радикса, и приложи къ тому остатокъ, ежели какой есть; ибо такимъ образомъ находится то число, изъ котораго дѣлано было извлеченїе.

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

О *ПРАВИЛАХЪ ПРАКТИЧЕСКОЙ АРИѲМЕТИКИ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 160.

Правила практической Ариѳметики (regulae Arithmeticae Practicae) суть, помощїю которыхъ, принявъ науку о пропорцїяхъ, рѣшатся разныя задачи, которыя случаются, въ разсужденїи сравненїя особенныхъ вещей, въ контрактахъ, и другихъ случаяхъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 161. Сихъ правилъ вообще считается четыре, первое правило пропорцїй, второе товарищества, третїе смѣшенїя, четвертое положенїя. Но видно будетъ изъ слѣдующихъ, что три послѣднїя правила зависятъ отъ перваго, и происходятъ изъ сложенїя и повторенїя онаго.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 162. *Тройное правило*, или *золотое* (regula trium, ſiue aurea), о которомъ выше ужѐ (§. 117.) упомянуто, есть, чрезъ которое къ тремъ даннымъ пропорцїональнымъ числамъ находится четвертое. Есть, или *прямое* (directa), когда къ тремъ даннымъ первымъ числамъ находится четвертое; или *превращенное и возвратительное* (inuerſa, vel reciproca), когда къ тремъ даннымъ последнимъ числамъ находится первое.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 163. Чего ради сіе правило употребляется только при сравненіи такихъ количествъ, которыя имѣютъ Геометрическое содержаніе. На пр. когда въ куплѣ и въ продажѣ вещи сравниваются съ цѣною.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 164. Возвратительное жъ правило употребляется, когда сравниваемыя вещи имѣютъ обратное содержаніе; и бываетъ тогда, ежели два содержанія сравниваются между собою такимъ образомъ, что какъ въ первомъ содержаніи послѣдующей членъ, въ разсужденіи предъидущаго, увеличивается, такъ во второмъ послѣдующей въ такойже пропорціи умаляется, въ разсужденіи своего предъидущаго, или обратно. На пр. когда число работниковъ сравнивается со временемъ, которое они употребляютъ на какое дѣло, тогда будетъ обратное содержаніе; потому что малое число работниковъ не скоро, а большое число оныхъ скорѣе должны кончить свое дѣло. Ибо, ежели 6 человѣкъ работниковъ здѣлаютъ какое дѣло въ 8 дней, слѣдуетъ, что 12 человѣкъ работниковъ могутъ привести къ концу тоже дѣло въ 4 дни.

ЗАДАЧА XXV.

§. 165. *Изъяснить правила и случаи тройнаго прямаго правила.*

РѢШЕНІЕ.

1. Понеже въ тройномъ прямомъ правилѣ изъ трехъ первыхъ чиселъ находится четвертое; того ради изъ трехъ данныхъ два послѣднія умножь между собою, и произведеніе раздѣли на первое, частное покажетъ искомое число (§. 115.).
2. Случаевъ же особливо есть три. Ибо сперьва даются три простые члена; потомъ вмѣшиваются члены, изъ многихъ простыхъ сложенные; наконецъ случаются ломаныя числа, или одни, или съ цѣлыми смѣшенныя. Всѣ сіи случаи въ лекціяхъ пространнѣе изъясняются примѣрами.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 166. И такЪ, когда вЪ тройномЪ правилѣ всякая вещь приводится вЪ сравненїе пропорцїональныхЪ, когда говорится, какЪ первой членЪ содержится ко второму, такЪ третїй кЪ четвертому; или чрезЪ членЪ (§. 112.), какЪ первой кЪ третьему, такЪ второй кЪ четвертому, и сверьхЪ того извѣстно, что, ежели пропорцїональныя чи́сла раздѣлятся на одинакое число, происходятЪ изЪ того такїя частныя чи́сла, которыя имѣютЪ такоежЪ содержанїе какое и раздѣленныя чи́сла (§. 120.): то слѣдуетЪ, что сокращеннѣе можетЪ здѣлано быть рѣшенїе тройнаго пра́вила, ежели первой и второй, или первой и третей члены, чрезЪ общаго дѣлителя преведутся вЪ меньшїя чи́сла, оныхЪ умноженїе и дѣленїе чтобЪ скорѣе здѣлать. На пр. 60 : 40 = 24 : 16, раздѣливЪ первые члены на 20, происходитЪ другая равная пропорцїя 3 : 2 = 24 : 16, или раздѣливЪ первой членЪ и третей на 12, происходитЪ такая пропорцїя 5 : 40 = 2 : 16. Такое приведенїе сложныхЪ чиселЪ вЪ простыя, Ариѳметисцы считаютЪ между сокращенїями *Италїанской практики*, кЪ коимЪ присовокупляютЪ также умноженїе, и дѣленїе разнородныхЪ чиселЪ, которыя чрезЪ множителей, или чрезЪ части короче рѣшатся. О чемЪ выше сего уже̂ сказано (§. 76, 77.).

ЗАДАЧА XXVI.

§. 167. *ИзЪяснить правила и случаи тройнаго позвратительнаго правила.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Умножь два первые члена, и произведенїе раздѣли на третей, частное число покажетЪ искомой первой членЪ (§. 116.)

Случаи жЪ сходствуютЪ сЪ тѣми, о которыхЪ вЪ предЪидущей задачѣ упомянуто, только что вЪ самыхЪ вещахЪ употребляется возвратительное, или обратное содержанїе. На пр.

работ.	дни	работ.
40 ——	24 ——	60

будетЪ 40 . 24 = 960 : 60 = 16 дней.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели послѣдней членъ будетъ поставленъ на мѣстѣ перваго: то примѣръ рѣшится по тройному прямому пра́вилу. Понеже какое содержанїе имѣютъ многїе работники къ не многимъ, такое будетъ имѣть и долгое время къ короткому. На пр.

60 : 40 = 24 : 16.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 168. Повѣрка обоего тройнаго пра́вила дѣлается обратно; то есть, найденное число вмѣсто даннаго, а данное вмѣсто искомаго принимается.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 169. *Тройное правило сложное* (regula aurea compoſita) есть, по которому изъ пяти данныхъ членовъ находится шестой. Также есть, или *прямое* (directa), въ которомъ вездѣ находится прямая пропорцїя, или *обратное* (inuerſa), когда вмѣшиваются въ оное такїя вещи, которыя имѣютъ обратное содержанїе.

ЗАДАЧА XXVII.

§. 170. *Изъяснить правила сложнаго прямаго правила.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Понеже въ такомъ примѣрѣ находится двоякая прямая пропорцїя; того ради и тройное пра́вило употребляется дважды. То есть, въ первомъ принимаются однѣ вещи, безъ обстоятельствъ; во второмъ между обстоятельствами на среднемъ мѣстѣ ставится найденной по первому четвертой членъ, и частное число покажетъ искомой шестой. На пр. 9 человѣкъ работниковъ въ 3 дни здѣлаютъ валъ 6 куби-

кубическихъ саженъ; а 12 человѣкъ работниковъ въ 24 дни, сколькихъ саженъ валъ здѣлать могутъ? Сперьва говори:

9 —— 6 —— 12 —— 8 саженъ.
3 —— 8 —— 24 —— 64 саж.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Короче жъ здѣлается показанное рѣшенїе, ежели вещь умножится на свое обстоятельство, и потомъ чрезъ одно тройное прямое правило найденъ будетъ четвертой членъ: то есть, ежели 9 человѣкъ работниковъ въ три дни здѣлаютъ валъ 6 саж. то, утроивъ ихъ число, 27 человѣкъ работниковъ совершатъ оное дѣло въ одинъ день, а 12 человѣкъ работниковъ въ 24 дни окончатъ тоже дѣло, которое 12 . 24 = 288 надлежало имъ совершить въ одинъ день. По чему будетъ такая пропорцїя:

27 —— 6 —— 288 —— 64.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 171. *Изъяснить сложное позвратительное правило.*

РѢШЕНІЕ.

Прежде всего разсмотри, имѣютъ ли данныя вещи обратную пропорцїю, и тогда, или чрезъ дважды употребленное тройное правило, одно прямое, а другое обратное, рѣши задачу, или, что все равно, умножь обратно вещи и обстоятельства, то есть, первую вещь на послѣднее обстоятельство, а послѣднюю вещь на первое обстоятельство, что здѣлавъ, по

одному

одному тройному прямому пра́вилу найди неизвѣстной четвертой членъ. На пр. сказано ужѐ выше сего (§. 164.), что обратное содержанїе дѣлается, когда число работниковъ сравниваетсѧ со временемъ; чего ради вопросъ, чрезъ предъидущую задачу рѣшенной, тотчасъ подастъ примѣръ сложнаго обратнаго пра́вила, ежели члены располежены будутъ такимъ образомъ: когда 64 саженъ землѝ для валу, 12 человѣкъ работниковъ наносятъ въ 24 дни: то спрашиваетсѧ, во сколько времени, или во сколько дней, 9 человѣкъ работниковъ могутъ наносить 6 саженъ?

64 — 12 — 24 — 6 — 9

первая прямая пропор.

саж. дни. саж.

64 —— 24 —— 6 —— $2\frac{1}{4}$ дни.

вторая обратная пропор.

раб. дни. раб.

12 —— $2\frac{1}{4}$ —— 9 —— 3 дни.

Понеже многїе работники скорѣе, а не многїе въ должайшее время кончатъ свою работу; того ради, изъ трехъ послѣднихъ членовъ, искомой первой членъ есть 3, которой показываетъ, что 9 человѣкъ работниковъ наносятъ шесть саженъ землѝ для валу въ три дни.

Одно жъ простое прямое пра́вило произойдетъ, ежели обратно взяты будутъ произведенїя.

64.9=576, и 6.12=72, такимъ образомъ будетъ 576:24=72:3.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVI.

§. 172. *Правило товарищества*, или *складное* (regula ſocietatis, vel conſortii) называется, помощїю котораго, раздѣляется общей барышъ, или накладъ на многихъ, имѣющихъ въ томъ общество.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 173. Чего ради, понеже большой барышъ, или накладъ достается на того товарища, которой имѣетъ право на большую долю изъ всей суммы, слѣдуетъ, что знавъ сумму, отъ которой барышъ, или накладъ здѣлался, и количество барыша или наклада, помощїю тройнаго правила, найдется, сколько изъ барыша, или накладу достанется на того, которой въ сумму положилъ извѣстную часть.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 174. *Изъяснить правила, принадлежащїя къ правилу товарищества.*

РѢШЕНІЕ.

1. *Случай первой.* Когда однѣ складки, безъ даннаго времени, сравниваются съ среднимъ барышомъ. Возьми сумму складокъ, и говори: какъ вся сумма ко всему барышу, такъ часть суммы, или одна складка содержится къ долѣ барыша, которая ему принадлежитъ; и сїе повторяй столько разъ, сколько есть складокъ. На пр.

А. 24.
В. 36.

60 сумма; а 12 барышъ.

то говори: 1) $60 : 12 = 24 : 4\frac{4}{5}$ А. барышъ.
2) $60 : 12 = 36 : 7\frac{1}{5}$ В барышъ.

2. *Случай второй.* Когда при складкахъ находятся разныя времена. Всѣ складки умножь на свои времена, и взявъ сумму произведенїй, найди пропорцїональную долю

для

для каждой складки, или для произведенія изъ сложенныхъ денегъ и времени, и повторяй пропорцію столько разъ, сколько есть складокъ. Ибо явствуетъ что чрезъ умноженіе складокъ на время, все приводятся къ одному времени. Понеже, кто въ одинъ разъ положилъ въ складку какую сумму на два года, тотъ, ежели бы и вдвое того далъ, въ одинъ годъ получилъ бы барыша тоже; поколику, что здѣсь полагаемъ, одинакое приращеніе и убавленіе барыша случается, или по согласію тѣхъ, къ коимъ принадлежитъ, почитается за случившееся. На пр.

А. 24 . 3 год.
В 36 . 6 год барышъ 18.

72
216

288 сумма

говори: 1) 288 : 18 = 72 : $4\frac{1}{2}$ барыш. А.
2) 288 : 18 = 216 : $13\frac{1}{2}$ барыш В.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 175. Ежели происходящія части барыша, будучи сложены въ одну сумму, составляютъ опять прежде данной барышъ: то доказывается чрезъ сіе, что задача рѣшена правильно.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 176. Правило положенія и смѣшенія однимъ или другимъ примѣромъ должно изъяснить въ лекціяхъ. Сверьхъ того за благо-разсуждается здѣсь упомянуть о томъ, что правило положенія, послѣ найденной аналитики, никакого употребленія теперь не имѣетъ болѣе; въ правилѣ жъ смѣшенія иногда случаются такія трудности, коихъ рѣшеніе и самымъ лучшимъ Ариѳметистамъ не мало труда причиняетъ. См. Таквет. Ариѳм. предл. IV. 4. 5. Баллисоч. том. II. гл. 58.

Ж ГЛАВА

ГЛАВА СЕДЬМАЯ
О
ЛОГАРИѲМАХЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVII.

§. 177.

Логариѳмами (Logarithmi) называются равноразнствующія числа, которыя начинаются отъ нуля, увеличиваются единицею, и къ числамъ непрерывно пропорціональнымъ, начинающимся отъ единицы, присовокупляются. На пр.

Логариѳмы 0. 1. 2. 3. 4. 6. 6.
Пропорц. числа 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 178. Наименованіе логариѳма будтобы *число содержаній* λόγων ἀριθμοῦ, весьма прилично, потому что чрезъ логариѳмы показывается разстояніе пропорціональныхъ чиселъ отъ единицы. Ибо 1 есть логариѳмъ перваго пропорціональнаго числа отъ единицы, 2 есть логариѳмъ втораго числа отъ единицы, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 179. Сумма жъ логариѳмовъ производитъ между логариѳмами такое число, между которымъ и нулемъ сложенныя два числа суть среднія. Понеже въ равноразнствующихъ, или въ непрерывныхъ Ариѳметическихъ пропорціональныхъ числахъ, сумма среднихъ равняется суммѣ крайнихъ (§. 103.).

ТЕОРЕМА XI.

§. 180. *Сумма логариѳмовъ производитъ логариѳмъ произведенія двухъ пропорціональныхъ чиселъ.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ умноженіи, какое содержаніе къ множителю имѣетъ единица, такое должно имѣть и множимое число къ произведенію (§. 57.); того ради явствуетъ, что въ такой пропорціи два множителя будутъ два среднія числа между единицею и произведеніемъ (§ 114.). Но прежде сказано, что сложенные логариѳмы показываютъ такое число, между которымъ и нулемъ сложенныя два числа суть среднія (§. 179.); слѣдовательно, когда нуль есть логариѳмъ единицы (§. 177.), такія среднія равноразнствующія числа соотвѣтствуютъ двумъ среднимъ пропорціональнымъ числамъ между единицею и произведеніемъ; и понеже единица не умножаетъ (§. 57.): то произведеніе соотвѣтствуетъ суммѣ тѣхъ логариѳмовъ, кои написаны надъ множителями.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 181. Обратно въ дѣленіи, когда вычтешь логариѳмъ дѣлителя изъ логариѳма дѣлимаго: то останется логариѳмъ частнаго числа; потому что дѣлитель, будучи умноженъ на частное число, производитъ дѣлимое (§. 66.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 182. И понеже квадратное число происходитъ изъ умноженія радикса самого на себя (§. 151.), и множители его суть равные; того ради половинной логариѳмъ квадрата будетъ логариѳмъ радикса. Или логариѳмъ радикса надлежитъ удвоить, для логариѳма квадрата.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 183. Равнымъ образомъ, понеже кубъ имѣетъ трехъ равныхъ множителей (§. 156.), третья часть его логариѳма покажетъ логариѳмъ радикса, и утроенной логариѳмъ радикса покажетъ логариѳмъ кубическаго числа.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 184. Наконецъ въ тройномъ прямомъ правилѣ, гдѣ два послѣдніе члена умножаются между собою, и произведеніе изъ того дѣлится на первой членъ, ежели можно употребить логариѳмы: то должно сложить логариѳмы двухъ послѣднихъ чиселъ, и изъ суммы ихъ вычесть логариѳмъ перваго, остатокъ покажетъ логариѳмъ четвертаго пропорціональнаго числа.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 185. Свойства логариѳмовъ давно уже разсмотрѣлъ Мих. Стифелій, и изъяснилъ оныя въ Ариѳметикѣ кн. 1. гл. 4. кн. 3. гл. 5. См. Вольф. лексик Матем. или Логар. Однакожъ, чтобъ сіе свойство полезно было, и способствовало для облегченія умноженія и дѣленія большихъ чиселъ, учинилъ то Іо. Неперъ, Баронъ Шотландской, коего описаніе удивительнаго канона логариѳмовъ произошло въ Еденбургѣ 1614 год. 4. (хотя Кеплеръ въ предъвид. Таб. Рудольф. гл. 3. и утверждаетъ, что Юстъ Биргій за многіе годы до Неперіа ова изданія зналъ изобрѣтеніе и употребленіе логариѳмовъ; но какъ былъ медлительной человѣкъ, оставилъ плодъ въ самомъ произращеніи). Потомъ по совѣту Неперову, Генр. Бриггій, Проф. Оксфуртской, сочинилъ логариѳмы и согласнѣйшіе и двадцать тысячъ оныхъ издалъ въ логариѳмической Ариѳметикѣ, кои наконецъ Адр. Улаккъ далѣе размножилъ, и сто тысячъ логариѳмовъ издалъ въ Гудѣ 1628. год. въ листъ, подъ именемъ *логариѳмической Ариѳметики*. Да и самъ Улаккъ, и послѣ его Страухій, и другіе издали въ таблицахъ сокращеннѣйшіе логариѳмы, какъ простыхъ чиселъ, такъ синусовъ и тангенсовъ, какія при концѣ сей книги и предложены. Но чтобъ способъ, по которому логариѳмы сыскиваны, извѣстенъ былъ кратко объ ономъ описано будетъ, въ слѣдующей задачѣ.

ЗАДА-

ЗАДАЧА XXX.

§ 186. *Найти логариѳмъ девяти.*

РѢШЕНІЕ.

1. Возьми пропорціональныя числа, имѣющія непрерывное десятерное содержаніе, съ надписанными логариѳмами.

o. 1. 2. 3.
1. 10. 100. 1000. и проч.

2. Потомъ увеличь верьхнія и нижнія числа нѣсколькими нулями, дабы дроби, коихъ здѣсь миновать не можно, какъ малѣйшія частицы большихъ чиселъ, опущены быть могли.

o. 0000000 1. 0000000
1. 0000000 10. 0000000

3. Между пропорціональными, первымъ и послѣднимъ числомъ, то есть, между единицею и десятьми, найди среднее число, умноживъ сіи числа сами на себя, и изъ произведенія ихъ извлекши квадратной радиксъ (§. 118. 154.); сверьхъ того возьми сумму логариѳмовъ o 0000000 и 1. 0000000, и половина ея покажетъ логариѳмъ перваго средняго пропорціональнаго числа (§. 103. 177.).

4. Но понеже оное среднее число, чрезъ извлеченіе радикса найденное 31622777, далеко еще отъ девяти, столькими, какъ и два крайнія числа, нулями увеличеннаго 9. 0000000, отстоитъ, и тѣмъ самымъ гораздо меньше; того ради между онымъ и крайнимъ большимъ 10. 0000000, опять такимъже, какъ показано, образомъ должно находить среднее число, и

ему соотвѣтствующей логариѳмъ, и такое дѣйствїе продолжать до тѣхъ поръ, пока не найдешь двацать девять среднихъ чиселъ, и ихъ логариѳмовъ, и число девять, столькими, сколько два крайнїя числа имѣютъ, нулями увеличенное 9,0000000 не выдетъ; и сего числа логариѳмъ 0,9542425 надлежитъ почитать за логариѳмъ девяти.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 187. О числахъ, которые, въ нѣкоторое время по принятому рѣшенїю продолжительной сей задачи, мною найдены и приведены въ окончанїе по примѣру другихъ авторовъ, о которыхъ Гамбергеръ, прежде сего бывшїй въ Іенской академїи Сл. Профессоръ Математики, и мой учитель, оказавшей мнѣ въ моихъ наукахъ великое одолженїе сообщалъ мнѣ благосклонно, объявилъ я въ диссертацїи объ аналитикѣ плоск. треугол. стран. 10. и 11.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 188. Равнымъ образомъ находится логариѳмъ двухъ и семи.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 189. Когдажъ будутъ даны логариѳмы чиселъ 1. 2. 7. 9. 10: то прочихъ единицъ, которыя состоятъ между тѣми числами, логариѳмы удобно изъ сихъ составляются. Понеже 9 есть квадратъ трехъ: то половина логариѳма того числа покажетъ логариѳмъ трехъ (§. 182.); 10 : 2 = 5, и потому, вычетши логариѳмъ двухъ изъ логариѳма десяти, останется логариѳмъ пяти (§. 181.); логариѳмъ шести составляется изъ сложенїя логариѳмовъ 3 и 2, понеже 3 . 2 = 6 (§. 180.); наконецъ логариѳмъ восьми происходитъ изъ сложенїя логариѳмовъ 2 и 4, понеже 2 . 4 = 8 (§. 180.). Равномѣрное облегченїе получается и въ продолженїи изобрѣтенїя другихъ логариѳмическихъ чиселъ, что все явствуетъ изъ свойства логариѳмовъ, въ началѣ сей главы изъясненнаго.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§. 190 *Знакъ Характеристической* (nota characteristica) логариѳмовъ есть первое число, которое отдѣляется отъ прочихъ точкою, и показываетъ, къ какому классу, на пр. единицъ, десятковъ, сотенъ и прч. принадлежитъ данной логариѳмъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 191. То есть, наблюдая десятерную пропорцію, всѣ единицы ниже десяти, имѣютъ вмѣсто характеристики нуль; десятки жъ до ста, начинаютъ свой логариѳмъ отъ единицы; отъ сотни жъ до тысячи единицъ характеристика есть два, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 192. Чего ради числа, которыя на концѣ увеличиваются нулемъ, разнствуютъ между собою только характеристикою. На пр. 6 есть логариѳмъ 0. 7781512, логариѳмъ же 60 будетъ 1. 7781512.

КОНЕЦЪ.



Inv. 7340